

🌀 Brevet Rennes septembre 1979 🌀

ALGÈBRE

On considère la fonction polynôme f définie, dans \mathbb{R} , par

$$f(x) = (x-2)^2 - 2x + 4 - (2x-3)(x-2).$$

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$ suivant les puissances croissantes de x .
2. Factoriser $f(x)$.
3. Résoudre l'équation

$$f(x) = (x-3)(4-2x).$$

4. Soit h la fonction rationnelle, de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , définie par

$$h(x) = \frac{f(x)}{(x-3)(4-2x)}.$$

- a. Quel est son ensemble de définition?
- b. Simplifier $h(x)$.
- c. Calculer $h(\sqrt{5})$.

Donner le résultat avec un dénominateur élément de \mathbb{N} le plus petit possible.

Encadrer $h(\sqrt{5})$, sachant que

$$2,23 < \sqrt{5} < 2,24.$$

5. Résoudre les équations suivantes :

- a. $h(x) = -\frac{3}{2}$;
- b. $h(x) = 1$.

GÉOMÉTRIE

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne les points A, B et C de coordonnées :

$$A(1; 2); \quad B(2; 4) \quad \text{et} \quad C(5; 0).$$

1. Montrer que A est le milieu de (O, B).
2. Calculer $d(A, B)$, $d(B, C)$ et $d(A, C)$.
En déduire la nature du triangle (A, B, C).
3. Calculer les coordonnées du point D, quatrième sommet du parallélogramme (B, A, C, D).
4. Déterminer les coordonnées du point E symétrique de B par rapport à C.
Montrer que les droites (AC) et (OE) sont parallèles.

5. Déterminer le centre et le rayon du cercle circonscrit au triangle (O, B, E).
6. Calculer les coordonnées du point F image de C dans la translation de vecteur \overrightarrow{BA} .
Montrer que F appartient à la droite (OE).
7. Quelle est la nature précise du quadrilatère (O, B, D, F) ?

N. B. - Ne pas oublier la figure.