Brevet des collèges Rome juin 1952

ALGÈBRE

On donne un cercle $\mathscr{C}$ de diamètre [AB] tel que AB = $2R$, de centre O.
Soient Ax et By les tangentes en A et B à ce cercle $\mathscr{C}$.
En un point C quelconque pris sur le cercle, on mène la tangente, qui coupe Ax en D et By en E.

1. Étudier le triangle DOE.
2. Démontrer la relation
$$\text{AD} \times \text{BE} = R^2.$$
Quelle est la position de DE pour laquelle l'aire du triangle DOE est minimum ?
3. On trace (AC), qui coupe Dy en F, et (BC) qui coupe Ax en G.
Démontrer que les triangles AFB et GBA sont semblables.
4. Démontrer la relation
$$\text{BC} \times \text{BG} = \text{AC} \times \text{AF}.$$

GÉOMÉTRIE

Par un point M extérieur à un cercle $\mathscr{C}$ de rayon 4 cm, on mène une sécante qui coupe le cercle en B, puis une autre sécante (MCD), enfin une tangente (ME)
On donne MA = 4,8 cm, AB = 6 cm, MC = 6,4 cm.

1. Calculer MD et ME.
2. On mène le diamètre [MO], qui coupe le cercle $\mathscr{C}$ en F et G.
Calculer MO, MF et MG.