

∞ Brevet des collèges Rome juin 1970 ∞

ALGÈBRE

1. Les nombres a et b sont des entiers positifs.

La fraction $\frac{a}{b}$ est égale à $\frac{3}{5}$;

La fraction $\frac{a+8}{b-16}$ est égale à 1.

Déterminer les nombres a et b .

2. On donne les polynômes suivants, fonctions de la variable x :

$$E(x) = (2x+1)^2 - (2x+1)(2-3x);$$

$$F(x) = 2x^2 + x \text{ et}$$

$$G(x) = 4(x+1)^2 - (2x-3)^2.$$

Transformer, en produits de polynômes du premier degré, les quatre polynômes $E(x)$, $F(x)$, $G(x)$ et $E(x) - F(x)$.

3. a. Montrer que la fraction rationnelle $y = \frac{E(x) - F(x)}{G(x)}$ est (dans un domaine que

l'on précisera) égale à la fraction $\frac{2x+1}{5}$.

- b. Résoudre les équations

$$y = \frac{a}{b} \quad \text{et} \quad y = 0.$$

GÉOMÉTRIE

Sur une droite $x'x$, on porte deux segments consécutifs $[AB]$ et $[BC]$ tels que , $AB = a$ et $BC = 2a$ (a est une longueur donnée).

On trace la droite (Δ) , perpendiculaire en B à $x'x$, et le cercle (O) de diamètre $[AC]$ et de centre O.

La droite (Δ) rencontre le cercle (O) aux points D et E.

1. Calculer les longueurs des segments $[DB]$ et $[DE]$ en fonction de a .

2. Montrer que les triangles ABD et DBC sont semblables.

Évaluer leur rapport de similitude.

3. La parallèle à $x'x$ passant par D rencontre le cercle en D et F.

Montrer que les points E, O et F sont alignés et que $DF = a$.

4. Montrer que $[FA]$ est bissectrice de l'angle \widehat{DFE} .

5. (FA) coupe (Δ) en P.

Évaluer le rapport $\frac{\overline{PD}}{\overline{PE}}$.

Calculer les longueurs des segments $[PD]$ et $[PE]$ en fonction de a .