

∞ Brevet d'Études du Premier Cycle ∞

Rome septembre 1956

ALGÈBRE

On considère l'expression

$$y = (x^2 - 16)^2 - (x + 4)^2.$$

1. La développer et l'ordonner suivant les puissances décroissantes de x .
2. La décomposer en un produit de facteurs.
3. Calculer sa valeur numérique pour

$$x = 0, \quad x = 4, \quad x = 3.$$

4. Résoudre l'équation

$$(x^2 - 16)^2 - (x + 4)^2 = 0.$$

GÉOMÉTRIE

On donne trois points fixes alignés A, B, C, disposés dans cet ordre.

Soit D la perpendiculaire élevée en C à la droite qui passe par A, B et C.

On mène par A et B deux droites variables perpendiculaires entre elles qui coupent la droite D respectivement en M et N.

1. Démontrer que les droites AN et BM sont perpendiculaires.
Quel est l'orthocentre du triangle AMN, du triangle BMN?
2. Démontrer que le symétrique de B par rapport à (NM) se trouve sur le cercle circonscrit au triangle AMN.
Soit B' ce point.
3. Démontrer que les triangles ACN et MCB' sont semblables.
En déduire que

$$CM \times CN = CA \times CB'.$$

et que

$$CM \times CN = CA \times CB.$$

4. Le cercle de diamètre [MN] coupe la droite (ABC) en I et J.
Démontrer que

$$CM \times CN = CI^2 = CJ^2.$$

5. Lieu du centre du cercle circonscrit au triangle AMN.