

## œ Brevet Rouen juin 1978 œ

### Algèbre

On considère les fonctions polynômes  $f$  et  $g$  définies par

$$\begin{aligned}f(x) &= (5x - 1)^2 - (5x - 1)(3x + 5), \\g(x) &= (3x + 2)^2 - (2x - 3)^2.\end{aligned}$$

1. Mettre  $f(x)$  et  $g(x)$  sous forme développée et réduire suivant les puissances décroissantes de la variable  $x$ .
2. Mettre  $f(x)$  et  $g(x)$  sous forme d'un produit de facteurs de degré 1 ou 0.
3. Soit  $h$  la fonction rationnelle définie par

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

Simplifier la fonction  $h$ , après avoir donné son ensemble de définition,  $D$ .

4. Calculer, quand c'est possible,  $h(7)$ ,  $h\left(\frac{1}{5}\right)$  et  $h(3)$ .
5. Résoudre dans l'ensemble  $D$  l'équation  $h(x) = 2$ .
6. Construire (en donnant des explications), dans un repère cartésien quelconque  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  les représentations graphiques respectives  $(d)$  et  $(d')$  des fonctions

$$x \mapsto 2(x - 3) \quad \text{et} \quad x \mapsto 2x + 10.$$

Que peut-on dire des représentations  $(d)$  et  $(d')$ ?

Résoudre, à l'aide du graphique, l'équation  $h(x) = 2$ .

### Géométrie

Soit  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  un repère orthonormé du plan euclidien.

1. Placer les points  $A(-2; 4)$ ;  $B(2; 6)$ ;  $C(2; 0)$ . orthonormé
2.
  - a. Montrer que les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{OA}$  sont orthogonaux.
  - b. Calculer  $d(O, A)$  et  $d(A, B)$ .
  - c. Quelle est la nature du triangle  $(O, A, B)$ ?  
Justifier.
3.
  - a. Calculer les coordonnées du milieu,  $I$ , de  $(O, B)$ .
  - b. Calculer  $d(I, A)$  et  $d(I, C)$ .
  - c. Montrer que les points  $A, B, C$  et  $O$  appartiennent à un même cercle, dont on précisera le coordonnées du centre et la longueur du rayon.
  - d. Quelle est la nature des triangles  $(O, I, C)$  et  $(B, I, C)$ ?  
Justifier.