

∞ Brevet Rouen juin 1983 ∞

Algèbre

Soit A et B deux applications numériques définies, sur \mathbb{R} , par

$$\begin{aligned}A(x) &= (3x-7)^2 - (2x+5)^2 \\ B(x) &= (2x+3)^2 - 3(2x+3)(x-3).\end{aligned}$$

1. Développer, réduire et ordonner $A(x)$ et $B(x)$.
2. Écrire $A(x)$ et $B(x)$ sous la forme de produits de facteurs.
3. Calculer $A\left(-\frac{3}{5}\right)$ et $A(2\sqrt{3})$.
4. Résoudre, dans \mathbb{R} , les équations

$$A(x) = 0, \quad B(x) = 0 \quad \text{et} \quad A(x) = B(x).$$

5. Représenter graphiquement les applications f et g , de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , définies par

$$\begin{aligned}f: x &\longmapsto 2-5x \\ g: x &\longmapsto 2x+3.\end{aligned}$$

En utilisant la question 4, déterminer les coordonnées du point M, intersection des représentations graphiques des deux fonctions.

Géométrie

Soit (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé du plan.

L'unité est le centimètre. On considère les points

$$A(2; 1), \quad B(4; 0) \quad \text{et} \quad C(0; -1)$$

et le vecteur $\vec{v} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

1. Quelle est l'image du point B par la translation de vecteur \vec{v} ?
2. Calculer les coordonnées du point D, image de C par cette translation.
3. Démontrer que le quadrilatère (A, B, C, D) est un parallélogramme.
4. Calculer $d(A, C)$; $d(A, B)$ et $d(B, C)$.
En déduire la nature du triangle (A, B, C).
5. Préciser les coordonnées du point E, centre du cercle circonscrit au triangle (A, B, C) et le rayon de ce cercle.
6. Soit F le symétrique du point A par rapport à E.
Montrer que F appartient au cercle circonscrit au triangle (A, B, C).
Quelle est la nature du quadrilatère (A, B, E, C) ?

P. S. : Ne pas oublier de faire une figure.