∽ Brevet Rouen juin 1967 ∾

ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

ALGÈBRE

Exercice I

1. Effectuer
$$A'(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{2x+1} - \frac{2x}{2x^2+x}.$$
Peut-on calculer $A(x)$ pour toute valeur de x ?
Quelle est la valeur numérique de $A(x)$ pour $x = -\sqrt{3}$?
2. Factoriser les expressions
$$B(x) = (2-x)^2 - (1-3x)^2 \quad \text{et} \quad C(x) = 4x^3 + 4x^2 + x,$$
puis simplifier l'expression
$$P(x) = A(x) \times \frac{C(x)}{B(x)}.$$
3. $P'(x)$ étant l'expression simplifiée, existe-t-il une valeur de x telle que l'on ait $P'(x) = -\frac{1}{2}$?

Exercice II

1. Construire, dans un repère orthonormé, le graphe (D) de la fonction $y = -4x+3$.
2. Soit (D') la droite déterminée par les points A(+ 3 ; +4) et B(−3 ; −2).
Quelle est l'équation de (D') ?
3. M étant le point de (D) d'ordonnée (−7), quelle est l'abscisse de ce point M ?
La parallèle à l'axe de ordonnées menée par M coupe l'axe des abscisses en P et la droite (D') en N.
Calculer l'ordonnée de N et la valeur du rapport $\dfrac{\overline{\text{PN}}}{\overline{\text{PM}}}$.

GÉOMÉTRIE

Soit, sur une demi-droite [Cx), les points B et A tels que CB = BA = 2R ; on trace le cercle de diamètre [AB], de centre O.

1. Construire une tangente (CT) à ce cercle.
Expliquer la construction. Calculer la mesure de CT en fonction de R.
2. M étant un point quelconque de [Cx) et (Δ) la droite perpendiculaire à [Cx) en M, la droite (CT) coupe (Δ) en N.
   a. Montrer que les triangles CTO et CMN sont semblables et écrire les rapports des côtés homologues.

b. Dans le cas particulier où le point M est confondu avec A, quelle est la valeur du rapport de similitude ?

3. **a.** T′ étant diamétralement opposé à T sur le cercle, on mène la droite T′B, qui coupe (CT) en I.

Préciser la position de B sur le segment [CO] et en déduire la propriété de (T′I) dans le triangle CTT′.

b. On mène par I la parallèle à TT′, qui coupe CT′ en J.

Montrer que les points T, B et J sont alignés et calculer TJ en fonction de R.