

∞ Brevet Élémentaire du Premier Cycle ∞
Rouen juin 1969

ALGÈBRE

1. Soit les expressions algébriques

$$A(x) = 2x + 3 \quad \text{et} \quad B(x) = 4 - x.$$

a. Calculer en fonction de x les expressions $A(x)^2$, $B(x)^2$ et $A(x) \times B(x)$.

b. Soit $C(x) = A(x)^2 + 6A(x)B(x) + 9B(x)^2$.

Exprimer $C(x)$ en fonction de x , en utilisant le résultat trouvé à la question 1.

Montrer qu'on peut obtenir ce résultat directement pour $C(x)$, à l'aide d'une identité remarquable.

2. Déterminer x pour que $\frac{A(x)}{B(x)} = 1$.

3. Dans un repère orthonormé (axes rectangulaires, unité : 3 cm sur chaque axe), construire les droites représentatives des variations des fonctions définies par

$$y_1 = 2x + 3 \quad \text{et} \quad y_2 = 4 - x.$$

Donner la solution graphique de la question 2.

GÉOMÉTRIE

On donne un cercle de centre O , de diamètre $[AB]$ tel que $AB = a$.

Sur la tangente en A au cercle (O) , on prend un point C tel que $AC = \frac{a}{2}$.

Soit H le pied de la perpendiculaire abaissée de A sur (OC) .

1. Justifier la relation

$$CH \cdot CO = CA^2.$$

2. a. (CB) recoupe le cercle (O) en D .

Comparer les triangles CDA et CAB .

Établir la relation

$$CB \cdot CD = CH \cdot CO.$$

b. On trace (HD) .

Comparer les triangles CDH et COB .

c. Montrer que les quatre points B , O , H et D appartiennent à un même cercle, (\mathcal{C}) .

3. Calculer les longueurs des segments $[BC]$, $[CD]$ et $[BD]$ en fonction de a .

4. Les tangentes en B et D au cercle (O) se coupent en M . Montrer que le point M appartient au cercle (\mathcal{C}) .

Préciser son centre et tracer ce cercle.

En déduire l'alignement des points A , H et M .