Brevet des collèges Rouen juin 1972
Enseignement long et enseignement court

Mathématiques traditionnelles

ALGÈBRE

Soit

$$A(x) = (x+3)\left(2x^2+8\right) - \left(x^2+4x+4\right)(x-2).$$

1. Mettre $A(x)$ sous forme d'un produit de trois facteurs du premier degré.

2. Soit $F(x) = \dfrac{A(x)}{2(-x+2)\left(x^2-4\right)}$.

a. Quel est son domaine de définition, c'est-à-dire l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles $F(x)$ est définie ?

b. Simplifier $F(x)$ sur ce domaine ; on obtient la fraction rationnelle $F_1(x)$.
Calculer $F_1\left(\sqrt{3}\right)$, valeur exacte de $F_1(x)$ pour $x = \sqrt{3}$ (donner la réponse avec un dénominateur rationnel).

c. Est-il possible de choisir x pour que $F(x) = -1$?

3. **a.** Dans un repère orthonormé $(x'x,\ y'y)$.
Tracer les droites (D) et (D') représentatives des fonctions définies par

$$y = x+4 \qquad \text{et} \qquad y = -2x+4.$$

x étant une variable réelle.

b. Soit A le point de (D) d'abscisse (+ 8) et A′ le point de (D') d'abscisse (. 8).
Calculer les ordonnées respectives des points A et A′ et démontrer que le milieu de [AA′] appartient à $x'x$.

GÉOMÉTRIE

Soit (O) le demi-cercle de diamètre [AB] tel que AB = 12 cm.
Sur le rayon [OB] on porte OH = 4 cm.
Par le point H on élève la perpendiculaire à (AB), qui coupe ce demi-cercle en C.
La tangente en C rencontre la droite (AB) en D.

1. Calculer les longueurs des segments [OD], [HD], [HC] et [CD].

2. Montrer que les triangles (DCB) et (DAC) sont semblables.
Évaluer le rapport de similitude du triangle (DCB) au triangle (DAC) ; quel rapport trigonométrique représente-t-il pour l'angle A du triangle (ABC) ?

3. La droite (AC) rencontre en E la perpendiculaire à (AD) menée en D.
   Montrer que DC = DE,
4. **a.** Montrer que les quatre points B, C, E et D sont sur un même cercle, dont on précisera la position du centre. (Construire ce cercle.)
   b. Montrer que les triangles (HCB) et (DEB) sont semblables.
   c. Montrer que la tangente en B au demi-cercle de diamètre [AB] est une bissectrice de l'angle $\widehat{\text{CBE}}$.