

∞ Brevet Rouen juin 1976 ∞

Algèbre

1. Factoriser les deux expressions suivantes :

$$\frac{3}{4} [(3x-4)^2 - (x-2)^2] \text{ et} \\ (x^2 - 2x + 1) + (x-1)(19-4x).$$

2. Soit f et g deux applications de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définies par :

$$f(x) = 3(2x-3)(x-1), \\ g(x) = 3(x-1)(-x+6).$$

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

- $f(x) = 0$,
 - $g(x) = 0$,
 - $f(x) = g(x)$,
 - $f(x) \times g(x) = 0$,
 - $f(x) - 3g(x) = x - 1$.
3. Soit la fonction rationnelle h définie par

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

- Indiquer son ensemble de définition.
- Après avoir simplifié l'expression de $h(x)$ sur son ensemble de définition, calculer $h(3,5)$, image du décimal 3,5 par h et $h(\sqrt{3})$, en rendant rationnel son dénominateur.

Géométrie

Dans le plan euclidien muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on a les points

$$A(4; 3), \quad B(-4; 3) \quad \text{et} \quad C(-4; -3).$$

- Quelles sont les coordonnées de M milieu de (A, B)?
Quelles sont les coordonnées de N milieu de (B, C)?
Que dire du point O pour (A, C)?
- Montrer que (MN) est parallèle à (AC), que (ON) est parallèle à (AB), que (OM) est parallèle à (BC).
 - Quel est le symétrique de A dans la symétrie orthogonale par rapport à la droite (OM)?
 - Quelle est l'image de A dans la symétrie centrale centre O?
 - Quelle est l'image de B dans la symétrie orthogonale par rapport à la droite (ON)?
On justifiera les réponses à ces trois questions.

3. Montrer que A, B et C sont sur un même cercle de centre O. Quel est le rayon de ce cercle?
4. Exprimer en fonction de \vec{i} et de \vec{j} les vecteurs \overrightarrow{OC} , \overrightarrow{AO} et \overrightarrow{MN} .
Quelle est l'isométrie qui donne O comme image de C, M comme image de N, A comme image de O?
5. Quelle est la tangente de l'écart angulaire de \widehat{MAO} ?