

🌀 Brevet Rouen juin 1977 🌀

Algèbre

On donne les fonctions f et g définies par :

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto (2x-3)^2 - (x-5)^2 \quad g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto -4(x+2) + 3x(x+2)$$

1. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produits de facteurs du premier degré.
2. En développant si nécessaire $f(x)$ et $g(x)$, résoudre dans \mathbb{R} les équations :

$$g(x) = 0; \quad f(x) = g(x); \quad f(x) = -16.$$

3. Soit h la fonction rationnelle de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.

a. Trouver l'ensemble de définition \mathcal{D} de h .

b. Montrer que, pour tout élément x de \mathcal{D} on a $h(x) = \frac{3x-8}{3x-4}$.

c. Calculer quand cela est possible

$$h\left(-\frac{3}{2}\right); \quad h(-2); \quad h(\sqrt{2}) \text{ et mettre ce dernier résultat sous la forme } a + b\sqrt{2} \text{ avec } a \in \mathbb{R} \text{ et } b \in \mathbb{R}.$$

d. Sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$, trouver un encadrement à 10^{-2} près de $h(\sqrt{2})$.

4. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation

$$\frac{3x-8}{3x-4} = 1.$$

On donnera :

- a. une résolution par le calcul.
- b. une résolution graphique.

Géométrie

Dans un plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) placer les points

$$A(-2; 8) \quad B(3; 3) \quad C(-5; 3) \quad D(-5; 5)$$

1. Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{OB} et \overrightarrow{DA} .
Quelle est la nature du quadruplet (A, B, O, D) ?
2. Montrer que les droites (OB) et (AB) sont orthogonales.
Précisez la nature du quadruplet (A, B, O, D) .
3. Calculer les coordonnées du milieu I de (B, D) .
4. Calculer les distances $d(B, D)$, $d(D, C)$, $d(C, B)$.
Quelle est la nature du triangle (DBC) ?
5. Démontrer que les cinq points O, A, B, C, D sont situés sur un même cercle.
Quel est son centre ?
Calculer son rayon.
6. Soit E le symétrique de C par rapport à I .
Démontrer que les droites (CE) et (OA) sont orthogonales puis que (O, C, A, E) est un carré.