

∞ Brevet Élémentaire du Premier Cycle ∞
Rouen septembre 1969

ALGÈBRE

1. a. Factoriser les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} A(x) &= (4x - 1)(x - 2) - (2 - x)(3 + x); \\ B(x) &= (4x + 4)^2 - (2 - x)^2. \end{aligned}$$

- b. Indiquer les valeurs numériques de x pour lesquelles la fraction $F(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$ est calculable (c'est-à-dire indiquer l'ensemble de définition de cette fraction).

Calculer la valeur numérique de $F(x)$ pour la valeur $x = 2$.

2. Résoudre les équations

$$A(x) = 0 \quad \text{et} \quad B(x) = 0.$$

3. a. Représenter graphiquement les variations des fonctions

$$y = x - 2 \quad \text{et} \quad y = x + 2$$

dans un système d'axes perpendiculaires, l'unité de longueur étant la même sur les deux axes (c'est-à-dire construire les graphiques des fonctions

$$x \mapsto y = x + 2 \quad \text{et} \quad x \mapsto y = x + 2$$

dans un repère orthonormé).

- b. Que peut-on dire des droites (D_1) et (D_2) obtenues?
c. Soit (Δ) la droite parallèle à (D_1) et passant par le point K de coordonnées $x = 2$ et $y = 2$.
Déterminer l'équation de (Δ) [c'est-à-dire déterminer la fonction dont le graphique est (Δ)].

GÉOMÉTRIE

Soit un triangle rectangle isocèle ABC (la mesure de l'angle \hat{A} est 90° et $AB = AC$) et M un point quelconque du segment $[AC]$, entre A et C.

On considère le demi-cercle de centre O, de diamètre $[AM]$, situé du même côté que B par rapport à la droite (AC) .

- Démontrer que la droite (BA) est tangente en A à ce demi-cercle.
Soit T le point de contact de la tangente, autre que (BA) , issue de B.
Que représente la droite (BO) pour le triangle ABT?
I étant le milieu de $[AT]$, en déduire que les trois points B, I et O sont alignés.
- Démontrer que les triangles BIT et AIO sont semblables.
En déduire que

$$AI^2 = IB \times IO.$$

3. Démontrer que les triangles ATM et BIT sont semblables.

Écrire les rapports de similitude.

En déduire que les triangles MAB et ITM sont semblables.

AB et [AC] ayant pour longueur a et [AM] ayant pour longueur $\frac{a}{2}$, calculer les longueurs BO, BI et AI.