Brevet des collèges Rouen septembre 1973

ALGÈBRE

Partie A

On considère la fonction polynôme f définie par

$$\begin{array}{rccl} f: & \mathbf{R} & \to & \mathbf{R}, \\ & x & \longmapsto & f(x) = 3(2x+3)^2 - (x-1)(x+1) - (7x+10)(x+2)+1. \end{array}$$

1. Développer et réduire $f(x)$; en déduire que $f(x)$ peut s'écrire sous la forme du carré d'un polynôme du premier degré.
2. Calculer les images par f des réels -3, $0,3$ et $\sqrt{2}$.
   Autrement dit, calculer $f(--3)$, $f(0,3)$ et $f\left(\sqrt{2}\right)$.
3. Déterminer un encadrement du réel $17+12\sqrt{2}$ en utilisant l'encadrement suivant de $\sqrt{2}$:
   $$1,414 < \sqrt{2} < 1,115.$$
4. Résoudre dans **R** chacune des équations suivantes :
   $$2x+3=0 \quad \text{et} \quad (2x+3)^2=0.$$

Partie B

On considère les fonctions affines g et h de **R** dans **R** définies par

$$x \longmapsto g(x) = 2x+3 \quad \text{et} \quad x \longmapsto h(x) = x+1.$$

1. $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ étant un repère du plan, représenter graphiquement les deux fonctions g et h.
2. Déterminer par le calcul les coordonnées du point d'intersection, A, des deux droites, représentations graphiques des fonctions g et h.
3. Déterminer la fonction affine dont la représentation graphique est la droite (AO).

N. B. Les parties A et B sont indépendantes.

GÉOMÉTRIE

Dans le plan (P) rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ on place le point A tel que $\overrightarrow{\text{OA}} = 4\left(\overrightarrow{\text{OI}} + \overrightarrow{\text{OJ}}\right)$, le point B, tel qu'il soit le symétrique de A par rapport à I.

1. Calculer les coordonnées des points A et B.
2. Déterminer le point C pour que (J, A, C, B) soit un parallélogramme.
3. **a.** Trouver le point F tel que
   $$\overrightarrow{\text{OF}} = -4\overrightarrow{\text{OI}}.$$
   b. Calculer les distances $d(\text{A, F})$, $d(\text{B, F})$ et $d(\text{A, B})$.
   c. Démontrer que les droites (AF) et (BF) sont orthogonales.