Brevet Rouen septembre 1977

Algèbre

On donne les applications f et g définies de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2x - 3 \quad \text{et} \quad g(x) = 4x + 1$$

1. Développer, réduire :

$$[f(x)]^2, \quad f(x) \times g(x), \quad g \circ f(x), \quad (g \circ f = f \text{ suivie de } g)$$

2. Factoriser :

$$h(x) = [f(x)]^2 - [g(x)]^2.$$

Calculer : $h\left(\dfrac{1}{3}\right)$, $h(-0,2)$.

3. On pose $r(x) = \dfrac{f(x)}{2x \times g(x)}$.
Déterminer le domaine de définition $\mathcal{D}$ de l'application r.
Résoudre dans $\mathcal{D}$: $r(x) = 1$.

4. Calculer $r\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

5. Un plan étant muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, tracer les représentations graphiques D_1 de f et D_2 de g.

$$x \longmapsto f_1(x) = 2x - 3 \quad \text{et} \quad x \longmapsto 4x + 1.$$

6. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $f(x) = g(x)$.
Expliquer comment on peut vérifier le résultat à l'aide du graphique.

7. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $f(x) \geqslant g(x)$.
Expliquer comment on peut déterminer l'ensemble des solutions à l'aide du graphique.

Géométrie

Dans un plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on considère les points A, B, C déterminés par le couple de leurs coordonnées :

$$\text{A}(1\,;6), \qquad \text{B}(-2\,;3), \qquad \text{C}(6\,;1).$$

Faire une figure.

1. Démontrer que le triangle (A,B,C) est rectangle.

2. Calculer les coordonnées de I, milieu de (B, C).

3. Vérifier par le calcul que I est équidistant de A, B et C.

4. Calculer les coordonnées de D tel que (A, C, D, B) soit un rectangle.

5. M étant le milieu de (A, C), démontrer que la droite (IM) est médiatrice de [AC].

6. Trouver une équation de la droite (IM) ; en déduire que (IM) contient l'origine des coordonnées, O.

   Démontrer d'une autre manière que O appartient à (IM).

7. Par la symétrie de centre M, B a pour image E.

   Démontrer que E appartient à la droite (DC).

8. Calculer la tangente de l'écart angulaire de l'angle géométrique $\widehat{\text{BCA}}$ puis de l'angle géométrique $\widehat{\text{DAC}}$.

   Que peut-on conclure pour $\widehat{\text{BCA}}$ et $\widehat{\text{DAC}}$?