

œ Brevet Rouen septembre 1978 œ

Algèbre

Soit les fonctions polynômes :

$$\begin{aligned}f(x) &= 2x^2 - 18 - (x-3)(x+4) \\g(x) &= 3x^2 + 12x + 12 - (x-1)(2x+4).\end{aligned}$$

1. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous forme d'un polynôme réduit et ordonné suivant les puissances décroissantes de x .
2. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous forme d'un produit de polynômes du premier degré.
3. Soit la fonction rationnelle de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par :

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

Donner, en précisant l'ensemble de définition, une écriture plus simple de $h(x)$.

4. Calculer $h\left(-\frac{5}{2}\right)$, $h(3\sqrt{7})$.

Géométrie

Dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points A, B, C définis par :

$$\overrightarrow{OA}(0; 5) \quad \overrightarrow{OB}(-3; 4) \quad \overrightarrow{BC}(6; -8).$$

1. Déterminer D tel que (A, S, C, D) soit un parallélogramme.
Préciser la position de O par rapport à B et C.
2. Soit N le milieu de [A,D]. Déterminer la nature exacte du quadruplet (O, A, N, C).
3. Démontrer que le triplet (A, B, C) est rectangle en A.
Quel est le centre de son cercle circonscrit (cercle contenant A, B, C)?
4. a désignant l'écart angulaire en degré de \widehat{ACB} déterminer $\sin a$ puis, sachant que $3,16 < \sqrt{10} < 3,17$, donner à un degré près la valeur de a ,
5. Soit G le centre de gravité du triplet (A, B, C).
Montrer que B, G, D sont alignés.