

œ Brevet Rouen septembre 1979 œ

ALGÈBRE

On considère les applications, de \mathbb{R} vers \mathbb{R} , définies par

$$\begin{aligned}f(x) &= (3x-5)^2 - (1-x)^2, \\g(x) &= (x-2)^2 + 7x - 14.\end{aligned}$$

1. Calculer $f(0)$, $f\left(\frac{1}{3}\right)$, $g(\sqrt{2})$ et $g(2,1)$.
2. Démontrer que f est une fonction polynôme du deuxième degré.
3. Factoriser $f(x)$, puis $g(x)$.
4. On considère la fonction h , de \mathbb{R} vers \mathbb{R} , définie par

$$h(x) = \frac{(4x-6)(2x-4)}{(x-2)(x+5)}.$$

- a. Quel est le domaine de définition \mathcal{D}_h de h ?
- b. Le réel x appartenant à \mathcal{D}_h , simplifier l'écriture de $h(x)$.
- c. Résoudre, dans \mathbb{R} , $h(x) = \frac{1}{3}$.

GÉOMÉTRIE

Dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) on considère les points :

$$A(-3; 5) ; B(5; 6) ; C(9; -1) ; D(1; -2) \quad \text{et} \quad E(6; 8).$$

1. Faire la figure qui devra être complétée par la suite.
Quelles sont les coordonnées du milieu I de (A, C)?
2. Montrer que le quadruplet (A, B, C, D) est un parallélogramme. Quel est son centre?
3. Montrer que les vecteurs \vec{IA} et \vec{IB} sont orthogonaux.
Qu'en déduit-on quant à la nature du quadruplet (A, B, C, D)?
Que représente la droite (BD) pour le segment [AC]?
4.
 - a. Écrire le vecteur \vec{BD} en fonction de \vec{i} et de \vec{j} .
 - b. Déterminer une équation de la droite (BD).
 - c. Montrer que les points B, E et D sont alignés (il n'est pas nécessaire d'avoir trouvé l'équation de (BD) pour répondre).
 - d. Déterminer le point d'intersection F de (BD) avec l'axe (O, \vec{j}) .
5. Montrer que les points A, E, C et F sont sur un même cercle de centre I dont on calculera le rayon.
Quelle est la nature du quadruplet (A, E, C, F)?

N. B. - La question 4. est indépendante des trois premières.