

œ Brevet Rouen septembre 1980 œ

Algèbre

Soit f et g les applications, de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , définies par

$$\begin{aligned}f(x) &= (5x+2)^2 - (3x-4)^2 \\g(x) &= (1+2x)(4x+12).\end{aligned}$$

1. Écrire $f(x)$ sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.
2. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation $f(x) = 0$.
3. Soit h la fonction rationnelle, de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , définie par

$$h(x) = \frac{g(x)}{4(4x-1)(x+3)}$$

- a. Déterminer son ensemble de définition.
- b. Simplifier $h(x)$. Soit h' la fonction rationnelle, de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , ainsi obtenue.
- c. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation $h'(x) = -1$.
- d. Calculer $h(0)$, $h\left(-\frac{1}{2}\right)$, $h(\sqrt{3})$.
- e. Sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$, donner une valeur approchée de $h(\sqrt{3})$ à 10^{-2} près.

Géométrie

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) on place les points

$$A(-2; 2), \quad B(-3; -2) \quad \text{et} \quad C(6; 0).$$

1. Montrer que le triangle (A, B, C) est rectangle.
2. Soit \mathcal{C} le cercle circonscrit à ce triangle.
Calculer les coordonnées de son centre I et la longueur de son rayon r .
3. Soit $M\left(-5; -\frac{3}{2}\right)$.
Montrer que la droite (AM) est tangente au cercle \mathcal{C} .
4. Soit J le symétrique du point I par rapport à la droite (AC).
Montrer que $\vec{IJ} = \vec{BA}$.
5. Montrer que la droite (D) symétrique de la droite (AM) par rapport à la droite (AC) est tangente au cercle de centre J et de rayon JA.
[On utilisera les propriétés de la symétrie orthogonale d'axe (AC)].