

## ~ Brevet Sarthe juin 1982 ~

### Algèbre

Soit l'application  $P$ , de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  définie par

$$x \mapsto P(x) = -5x^3 + x^2\sqrt{3} + 125x - 25\sqrt{3}.$$

1. Développer  $Q(x) = (5x - \sqrt{3})(25 - x^2)$ .  
En déduire que :  $P(x) = Q(x)$ .
2. Factoriser  $P(x)$  en un produit de trois facteurs du premier degré.
3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :  $P(x) = 0$ .
4. Représenter graphiquement dans le même repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  les applications suivantes :

$$f \begin{cases} \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & f(x) = 5x - \sqrt{3}; \end{cases}$$
$$g \begin{cases} \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & g(x) = x + 5; \end{cases}$$
$$h \begin{cases} \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & h(x) = -x + 5. \end{cases}$$

(On prendra le centimètre comme unité pour chacun des axes.)

5. Résoudre graphiquement le système I ci-dessous :

$$I \begin{cases} x - y + 5 & > 0 \\ x + y - 5 & \geq 0 \\ -5x + y & < \sqrt{3}. \end{cases}$$

### Géométrie

Dans un plan euclidien muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  placer les trois points suivants :

$$A(3; 3), \quad B(2; 1), \quad C(1; 2).$$

1. Démontrer que le quadrilatère (A, B, O, C) est un losange.
2. Construire le point E symétrique de A par rapport à C.  
Quelles sont les coordonnées de E?
3. Construire le point D symétrique de B par rapport à E.  
Quelles sont les coordonnées de D?
4. Quelle est l'équation de la droite  $(\Delta)$  qui contient E et qui est perpendiculaire à (OA)?  
Démontrer que O appartient à  $(\Delta)$ .
5. Soit G l'image de D dans la symétrie orthogonale par rapport à (OA).  
Démontrer que (DG) est parallèle à  $(\Delta)$ .  
Quelle est l'image de G dans la symétrie orthogonale par rapport à  $(\Delta)$ ?