

🌀 Brevet Sarthe juin 1983 🌀

Algèbre

Exercice 1

Soit f l'application, de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , définie par

$$f(x) = (2x - 3)^2 - (3x + 1)^2.$$

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$.
2. Factoriser $f(x)$.
3. Résoudre, dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 0$.
4. L'application f est-elle bijective? Pourquoi?
5. Calculer $f(\sqrt{3})$; sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$, donner un encadrement à 10^{-1} près de $f(\sqrt{3})$.

Exercice 2

Soit h et g les applications définies par

$$\begin{array}{l} g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{et} \quad h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto 5x - 2 \quad \quad \quad x \mapsto -x - 4. \end{array}$$

1. Représenter graphiquement dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) les applications g et h .
2. Calculer les coordonnées du point d'intersection I des droites obtenues.

Géométrie

Soit le plan \mathcal{P} muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Démontrer que les coordonnées $(x; y)$ de tout point M du cercle \mathcal{C} de centre O, de rayon 5, vérifient la relation $x^2 + y^2 = 25$.
2. Démontrer qu'il existe deux points A et B du cercle \mathcal{C} ayant tous les deux pour abscisse 4.
Quelles sont leurs ordonnées respectives?
(On désignera par A celui des deux points dont l'ordonnée est positive.)

Soit C le symétrique de A par rapport au point O.

3. Démontrer que C appartient au cercle \mathcal{C} et en déduire que le triangle ABC est rectangle en B.
4. Calculer AB, BC et AC.
5. Soit x la mesure en degrés de l'angle \widehat{ACB} . Calculer $\sin x$, $\cos x$ et $\tan x$.
À l'aide d'une table trigonométrique, donner un encadrement de x à un degré près.