Brevet Seine et Marne juin 1977

Algèbre

Soit f le polynôme défini par :

$$f(x) = (2x+3)^2 - (x+4)^2.$$

1. Factoriser le polynôme f, puis calculer $f\left(\frac{1}{3}\right)$.
2. Développer, réduire et ordonner le polynôme f.
3. Calculer $a = f\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

   Sachant que : $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ donner un encadrement de a, puis sa valeur approchée par défaut à un dixième près.
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les deux systèmes d'inéquations :

$$(1)\left\{\begin{array}{rcl} x-1 & > & 0\\ 3x+7 & < & 0\end{array}\right. \qquad (2)\left\{\begin{array}{rcl} x-1 & < & 0\\ 3x+7 & > & 0\end{array}\right.$$

   En déduire l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation : $f(x) \leqslant 0$.
5. Représenter graphiquement, dans un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ les fonctions affines g et h définies par :

$$g(x) = 2x+3\,; \qquad h(x) = x+4$$

   En déduire les représentations graphiques, dans le même repère, des fonctions affines par intervalles G et H définies par :

$$G(x) = |g(x)| \qquad \text{et} \qquad H(x) = |h(x)|.$$

   On expliquera pourquoi on peut retrouver sur ce graphique les solutions de l'équation dans $\mathbb{R}$: $f(x) = 0$.

Géométrie

1. Dans un plan euclidien rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ placer les points suivants, définis par leurs coordonnées :

$$\text{A}(-6\,;\,0)\,; \quad \text{B}(4\,;\,6)\,; \quad \text{C}(6\,;\,4)\,; \quad \text{D}(3\,;\,1)$$

2. Calculer les coordonnées du point K milieu du bipoint (A, B) puis celles du point L milieu du bipoint (B, C).
3. On donne N(1 ; -3). Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{\text{KL}}$ et $\overrightarrow{\text{KN}}$.

   Démontrer que ces vecteurs sont orthogonaux et qu'ils ont même norme.

   Calculer-les coordonnées du point M, image du point N dans la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{KL}}$.

   Démontrer que le quadruplet (K, L, M, N) est un carré.
4. Calculer les coordonnées du point E défini par :

$$\overrightarrow{\text{AE}} = 14\vec{\imath} - 6\vec{\jmath}.$$

   Démontrer que M et N sont les milieux respectifs des bipoints (C, E) et (A, E) .