Brevet Sénégal juin 1981

Algèbre

1. Soit la fonction f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ telle que

$$f(x) = |1-x| + 2x - 5.$$

a. Calculer $f(1)$ et $f\left(\sqrt{2}\right)$.

b. Déterminer les deux ensembles suivants

$$\begin{array}{lcl} A & = & \{x / x \in \mathbb{R},\ x \geqslant 1 \text{ et } f(x) = 0\}, \\ B & = & \{x / x \in \mathbb{R},\ x \leqslant 1 \text{ et } f(x) = 0\}. \end{array}$$

En déduire les solutions, dans $\mathbb{R}$, de l'équation $f(x) = 0$.

c. Montrer que f est une fonction affine par intervalles et construire sa représentation graphique dans le plan P rapporté au repère orthonormé $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

2. On considère la fonction affine g dont la représentation graphique dans le plan P est la droite (Δ) contenant les points $\text{I}(1\ ;\ -3)$ et $\text{J}(3\,;\,1)$.

a. Construire (Δ).

b. Déterminer l'expression de $g(x)$ pour tout x réel.

c. Représenter graphiquement l'ensemble E des points M du plan P dont les coordonnées x et y vérifient

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & \geqslant & 0, \\ y & \leqslant & 0, \\ 2x - y - 5 & \leqslant & 0. \end{array}\right.$$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$.

Géométrie

Soit $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ un repère orthonormé du plan euclidien P.

1. Placer les points suivants

$$\text{A}(-4\ ;\ 2) \quad ; \qquad \text{B}(3\,;\,6) \quad \text{et} \quad \text{C}(7\ ;\ -1).$$

2. Démontrer que le triangle (A, B, C) est rectangle et isocèle.
Déterminer les coordonnées du milieu I de (A, C).

3. **a.** Déterminer les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{\text{BE}} = \dfrac{4}{3}\overrightarrow{\text{BC}}$, puis les coordonnées du point F tel que $\overrightarrow{\text{AF}} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{\text{AB}}$.

b. Montrer que les droites (FC) et (AE) sont parallèles.

4. K est le point défini par $\overrightarrow{BK} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

On désigne par S_1, la symétrie orthogonale par rapport à (BC) et par S_2 la symétrie orthogonale par rapport à (BI).

Donner :

a. l'image du triangle (B, K, C) par S_1,

b. l'image du triangle (B, I, A) par S_2,

c. l'image du triangle (B, K, C) par $S_2 \circ S_1$,

d. l'image du triangle (B, I, A) par $S_1 \circ S_2$.