

♣ Brevet Strasbourg juin 1978 ♣

Algèbre

On donne la fonction

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}, \\ x &\mapsto f(x) = -\frac{x}{2} + 5. \end{aligned}$$

1. Calculer $f(2)$, $f\left(\frac{4}{3}\right)$, et $f(\sqrt{3}-\sqrt{2})$.
2. Sachant que

$$1,414 \leq \sqrt{2} < 1,415 \quad \text{et} \quad 1,732 \leq \sqrt{3} < 1,733,$$

donner un encadrement du nombre réel

$$a = \frac{10 - \sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}.$$

En déduire la valeur approchée par défaut de a à 10^{-2} près.

3. Trouver l'antécédent par f de 0.
4. Montrer que les nombres réels $f(2\pi - 5)$ et $2f(\pi) - f(5)$ sont égaux.
De façon générale, montrer que, quels que soient les nombres réels a et b , on a

$$f(2a - b) = 2f(a) - f(b).$$

5. Représenter graphiquement la fonction f ainsi que la fonction g définie par

$$\begin{aligned} g: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}, \\ x &\mapsto g(x) = -\frac{3}{2}x - 1, \end{aligned}$$

puis résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.

Géométrie

Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan euclidien, on donne la droite (d) d'équation $x + y - 3 = 0$.

1. Trouver les coordonnées de A et B, points communs respectifs de (d) avec l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.
2. C désigne le point tel que $\overrightarrow{OC} = -3\vec{i}$. Quelle est la nature du triangle (A, B, C)? Justifier.
3. Déterminer les coordonnées du point D tel que

$$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}.$$

Démontrer que (A, B, D, C) est un parallélogramme. Soit E son centre.

4. On considère la symétrie orthogonale S d'axe la droite (Δ) support du segment $[AD]$.

Par S , B a pour image B' , C a pour image C' .

a. Montrer que E, C', B' sont alignés et que $EC = EC' = EB = EB'$.

b. En déduire que (C', B, B', C) est un rectangle.

N. B. - En algèbre toutes les questions sont indépendantes. Pour la géométrie faire une figure soignée illustrant toutes les données.