

🌀 Brevet des collèges Strasbourg juin 1975 🌀

Algèbre

On considère l'application f de \mathbf{R} dans \mathbf{R} définie par :

$$f(x) = 16 - 8x + x^2.$$

1. Montrer que $f(x)$ est le carré d'un polynôme du premier degré.
2. Calculer les nombres $f\left(\frac{1}{2}\right)$, $f(0,2)$, $f\left(\frac{2}{3}\right)$, $f(10^9)$ et dire lesquels sont décimaux, rationnels non décimaux.
3. Soit g l'application définie par :

$$g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^+ \\ x \mapsto \sqrt{f(x)}$$

(\mathbf{R}^+ désigne l'ensemble des réels positifs).

Calculer $g(6)$, $g(-2)$, $g(0)$, $g(4)$ et donner une écriture de $g(x)$ sans utiliser le symbole $\sqrt{\quad}$.

4. Le plan étant rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , représenter graphiquement la fonction g .
5. Résoudre dans \mathbf{R} l'équation :

$$|4 - x| = 7.$$

Géométrie

Le plan étant rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points dont les coordonnées sont

$$A(3; 1), \quad B(5; -3), \quad C(1; -7), \quad D(-2; -4), \quad P(-5; 17).$$

1. Montrer que les points A, B, P sont alignés et que $d(P, A) = 4d(A, B)$ (la notation $d(A, B)$ désigne la distance du point A au point B).
2. Montrer que les droites (BD) et (PB) sont orthogonales.
3. Les droites (AD) et (BC) sont-elles parallèles?
4. Soit B' le point symétrique du point P par rapport à D.
Quelles sont les coordonnées de B' ?
5. Le point A' est déterminé par :

$$5\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA'}.$$

Déterminer les coordonnées du point A' .

Remarque :

Ce problème est inspiré de l'examen d'une carte du ciel :

- A, B, C, D représentent les étoiles du chariot de la Grande Ourse
- P représente l'étoile Polaire
- B' représente une étoile de la constellation du Lion
- A' représente l'étoile Arcturus de la constellation du Bouvier.