Brevet Strasbourg juin 1977

Algèbre

1. Soit les fonctions polynômes, de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, f et g définies par :

$$\begin{array}{rcl} f(x) & = & 9x^2 - 16 - x(3x-4) \\ g(x) & = & x^2 + 4x + 4 \end{array}$$

2. Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.

3. On considère la fonction rationnelle h définie pour tout réel x différent de (-2) par : $h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$.

a. Simplifier $h(x)$.

b. Calculer $h\left(\sqrt{3}\right)$ et démontrer qu'il existe deux nombres entiers a et b que l'on calculera tels que :

$$h\left(\sqrt{3}\right) = a\sqrt{3} + b.$$

c. Sachant que $1,732 < \sqrt{3}3 < 1,733$,encadrer par deux entiers consécutifs $10h\left(\sqrt{3}\right)$.

4. Résoudre les équations $h(x) = 0$ et $h(x) = 1$.

5. Représenter graphiquement dans un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ les fonctions :

$$k : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & k(x) = 2(3x-4) \end{array} \qquad \ell : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \ell(x) = x + 2 \end{array}$$

Calculer les coordonnées du point d'intersection des représentations graphiques des fonctions k et ℓ.

Géométrie

le plan euclidien muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on considère les points :

$$\text{A}(2\,;0),\quad \text{B}(4\,;-2)\quad \text{et}\quad \text{C}(-1\,;3).$$

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$ et $\overrightarrow{\text{AC}}$ dans la base $\left(\vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ en déduire que les points A, B, C sont alignés.

2. Calculer les coordonnées du point D tel que le quadruplet (O, B, D, C) soit un parallélogramme (c'est-à-dire tel que $\overrightarrow{\text{BD}} = \overrightarrow{\text{OC}}$).

3. Calculer les distances d(O, C) et d(O, D).
Démontrer que le triangle (O, D, C) est rectangle isocèle.

4. Soit I le milieu de (C, D) ; démontrer que le triangle (O, I, A) est isocèle et que les quatre points C, O, A, D appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.
Démontrer que la droite (OB) est tangente en O à ce cercle.

5. Soit M le centre du parallélogramme (O, B, D, C) ; calculer la tangente de l'écart angulaire de l'angle géométrique $\widehat{\text{OMC}}$.