

🌀 Brevet Strasbourg juin 1980 🌀

ALGÈBRE

On considère les fonctions f et g définies dans \mathbb{R} par

$$\begin{aligned}f(x) &= (3x - 5)^2 - (x - 2)^2, \\g(x) &= (4x - 7)^2 + (7 - 4x)(5x - 1).\end{aligned}$$

1. Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.
2. Soit h la fonction rationnelle définie par $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.
Quel est l'ensemble de définition E de h ? Simplifier $h(x)$ dans E .
3. Soit k la fonction rationnelle définie par

$$k(x) = \frac{3 - 2x}{x + 6}.$$

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $k(x) = 1$.

4. Utiliser les représentations graphiques des solutions des deux équations

$$y = 3 - 2x \quad \text{et} \quad y = x + 6$$

pour vérifier le résultat de la question précédente.

GÉOMÉTRIE

Dans un plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) on considère les points

$$A(-2; 0), \quad B(2; 2), \quad C(1; -1).$$

1.
 - a. Calculer les coordonnées (ou composantes) des vecteurs \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{BC} et \overrightarrow{AB} .
 - b. Calculer les distances : $d(A, C)$; $d(A, B)$; $d(B, C)$.
 - c. En déduire que le triangle (A, B, C) est rectangle et isocèle.
2. Soit D l'image de C dans la translation de vecteur \overrightarrow{AB} , (on a donc $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$).
Calculer les coordonnées de D .
3. Montrer que les droites (BD) et (BC) sont orthogonales.
4. Soit E l'image de O dans la symétrie orthogonale par rapport à (BC) ; préciser la nature du quadrilatère (A, C, B, E) .