∽ Brevet des collèges Strasbourg septembre 1975 ∾

Algèbre

On considère les fonctions f et g de $\mathbf{R}$ dans $\mathbf{R}$ définies par :

$$\begin{array}{lcll} f: & x & \longmapsto & f(x) = (3x-1)^2-(2-5x)^2\\ g: & x & \longmapsto & g(x) = 64x^2-48x+9\end{array}$$

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$.

2. Décomposer en produits de facteurs du premier degré $f(x)$ et $g(x)$.

3. Soit A la fonction rationnelle définie par :

$$A(x) = \frac{g(x)}{f(x)}.$$

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction A ; simplifier $A(x)$.

4. Calculer $f\left(\dfrac{2}{3}\right)$, $g\left(\sqrt{2}\right)$, $A(-2)$, $A\left(10^{-1}\right)$.

5. Le plan étant muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$ représenter graphiquement, dans ce repère, les fonctions h et k de $\mathbf{R}$ dans $\mathbf{R}$ définies par :

$$\begin{array}{lcll} h: & x & \longmapsto & 8x-3\\ k: & x & \longmapsto & 2x+1\end{array}$$

et calculer les coordonnées du point commun aux représentations graphiques de h et k.

Géométrie

1. Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$, placer les points

A(3 ; 4), B(1 ; 0), C(3 ; -2).

Calculer les coordonnées du milieu I de (A, C), puis les coordonnées du point D symétrique de B par rapport à I.

2. Calculer les distances d(A,B) et d(B, C).

3. Déduire de ce qui précède la nature du quadruplet (A, B, C, D).

4. Tracer la droite (Δ) parallèle à (DB) passant par A.
(Δ) coupe l'axe des abscisses en E.
Calculer les coordonnées de E.

5. Calculer les distances d(A, C), d(A, E), d(C, E) ; en déduire la nature du triangle ACE.

6. Calculer $\tan\widehat{\text{ACE}}$ (c'est-à-dire la tangente de l'écart angulaire de l'angle géométrique $\widehat{\text{AfE}}$).