

∞ Brevet des collèges Strasbourg septembre 1961 ∞

ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

ALGÈBRE

Soit un triangle isocèle ABC dont les côtés ont pour mesure $AB = AC = 6,5$ cm, $BC = 5$ cm.
On trace la hauteur [AH] et, par un point K de [AH] (K entre A et H), on mène la parallèle à (BC), qui coupe (AB) et (AC) respectivement en E et F.
On pose $AK = x$.

1. Calculer BE et RF en fonction de x et montrer que le périmètre, y , du quadrilatère BEFC et la longueur x sont liés par la relation

$$y = -\frac{4}{3}x + 18.$$

2. Étudier les variations de y lorsque K décrit le segment AH et représenter graphiquement ces variations.
3. Déterminer graphiquement et par le calcul la valeur de x pour laquelle y est égal à 12 cm.

GÉOMÉTRIE

On donne un cercle de diamètre [AB] tel que $AB = 2R$ et de centre O.
On prolonge [AB] d'une longueur $BC = R$.
On désigne par T le point de contact avec le cercle de l'une des tangentes menées par C à ce cercle et par D l'intersection de cette tangente avec la tangente en A.
Soit H le pied de la perpendiculaire abaissée de T sur (AB).

1. Calculer CT, CH. Quelle est la position de H sur le segment [CA] ?
2. Démontrer que T est le milieu de [CD] ; calculer CD.
3. Démontrer que

$$\overline{CH} \times \overline{CO} = \overline{CA} \times \overline{CB}.$$

4. Soit K le pied de la perpendiculaire abaissée de B sur (CD).
Démontrer que les triangles CBK et CAO sont semblables.
Calculer leur rapport de similitude.
En déduire que.

$$\overline{CK} \times \overline{CD} = \overline{CH} \times \overline{CO}.$$

Que peut-on en conclure pour les points D, O, H, K ?