Brevet des collèges Strasbourg septembre 1973

ALGÈBRE

On considère la fonction polynôme

$$\begin{array}{rccl} P: & R & \to & \mathbf{R} \\ & x & \longmapsto & P(x) = \left(x^2+4x+4\right)(2x-7)+9(7-2x). \end{array}$$

1. Calculer $P(0)$, $P(-2)$ et $P\left(\sqrt{2}\right)$; on écrira les résultats sous une forme aussi simple que possible.
2. Développer $(x+2)^2$.
3. Mettre $P(x)$ sous forme d'un produit de trois facteurs du premier degré.
4. Résoudre l'équation

$$(2x-7)(x-1)(x+5) = 0,$$

   a. dans l'ensemble $\mathbf{R}$ des nombres réels ;
   b. dans l'ensemble $\mathbb{D}$ des nombres décimaux ;
   c. dans l'ensemble $\mathbb{Z}$ des entiers.

GÉOMÉTRIE

Dans tout le problème le plan (P) est rapporté au repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

1. Les points A et B sont définis par

$$\overrightarrow{\text{OA}} = -3\vec{\imath} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{\text{OB}} = 4\vec{\jmath}.$$

   Placer le point M de (P) tel que

$$\overrightarrow{\text{OM}} = \overrightarrow{\text{OA}} + \overrightarrow{\text{OB}}.$$

   Quelles sont les coordonnées du point M ?
2. On considère la fonction affine f de $\mathbf{R}$ vers $\mathbf{R}$ définie par

$$x \longmapsto f(x) = y = \frac{4}{3}x + 8.$$

   Représenter graphiquement f dans le repère précédent.
   Le point M appartient-il à la représentation graphique de f ?
3. On donne le point N de coordonnées $(8 ; 6)$.
   a. Calculer les coordonnées du point S de (P) tel que le bipoint (N, S) soit équipollent au bipoint (O, M).
   b. Comparer la distance de M à S et celle de O à N.
4. Démontrer que le triangle (MON) est rectangle en O.
   En déduire la tangente de l'écart angulaire de l'angle géométrique $\widehat{\text{OMN}}$.