

∞ Brevet des collèges Sud-Cameroun juin 1974 ∞

### ALGÈBRE

#### Exercice I

On définit dans  $\mathbf{R}$  une loi de composition notée  $*$  en posant

$$\forall x \in \mathbf{R}, \forall y \in \mathbf{R}: \quad x * y = xy + 4x - 5.$$

1. Calculer  $2 * 3$  et  $3 * 2$ .

La loi est-elle commutative?

2.   **a.** Calculer, pour tout  $x$  de  $\mathbf{R}$ ,  $A(x) = x * x$ .  
       **b.** Mettre  $A(x)$  sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.
3. Résoudre les équations suivantes :
- a.**  $A(x) = 0$  dans  $\mathbb{Z}$  ;  
    **b.**  $A(x) = 0$  dans  $\mathbb{N}$ .

#### Exercice II

1. Décomposer 3 920 en produit de facteurs premiers.  
 En déduire une expression simple de  $A = \sqrt{3920}$ .
2. Simplifier l'expression  $B = 2\sqrt{75} - 4\sqrt{48} + 7\sqrt{192}$ .
3. Rendre rationnel le dénominateur de l'expression

$$E = \frac{A + B}{2(\sqrt{3} + 2\sqrt{5})}.$$

### GÉOMÉTRIE

Soit un plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

On considère les points

$$A(4; 7), \quad B(2; 1) \quad \text{et} \quad C(6; 1)$$

dans ce plan.

1.   **a.** Déterminer les composantes du vecteur  $\overrightarrow{BC}$ .  
 Que peut-on en déduire?
- b.** Soit  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$  les projections respectives de A, B et C sur  $(O, \vec{i})$  parallèlement à  $(O, \vec{j})$ .  
 Déterminer les abscisses de  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$  sur  $(O, \vec{i})$ .  
 Que peut-on en déduire pour  $A'$  relativement à  $B'$  et  $C'$ ?

- c. Soit H la projection orthogonale de A sur [BC].  
Montrer que H est le milieu de [BC].  
En déduire que (A, B, C) est un triangle isocèle.
2. a. Déterminer les coordonnées du milieu, M, de [AC].  
b. Déterminer l'équation de la droite (BM).  
c. Déterminer un vecteur directeur de cette droite.
3. On considère la translation  $T$  de vecteur

$$\vec{V} = -2\vec{i} - \vec{j}.$$

On note

$$A_1 = T(A), B_1 = T(B), C_1 = T(C) \quad \text{et} \quad M_1 = T(M).$$

- a. Déterminer par leurs coordonnées les points  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  et  $M_1$ .  
b. Quelle est l'équation de la droite  $(B_1M_1)$ ?  
c. Déterminer un vecteur directeur de cette droite  
d. Que peut-on dire des directions des droites (BM) et  $(B_1M_1)$ ?  
Pouvait-on prévoir le résultat?
4. Soit G l'intersection de (BM) et (AH).
- a. Déterminer les coordonnées du point G.  
b. Déterminer les composantes des vecteurs  $\vec{GA}$ ,  $\vec{GB}$  et  $\vec{GC}$ .  
c. Vérifier que

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}.$$