

# 🌀 Brevet Sud Viet-Nam juin 1967 🌀

## ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

### ALGÈBRE

Soit l'expression

$$A(x) = \frac{(2x-2)^2}{4} - \frac{(2x+3)^2}{2} + \frac{(2x-5)(2x+5)}{4} + \frac{7+6x}{2}.$$

1. Effectuer les calculs indiqués et réduire le polynôme obtenu.
2. Pour quelles valeurs de  $x$  a-t-on
  - a.  $A(x) = 0$ ;
  - b.  $A(x) < 0$ ?
3. Étudier les variations de la fonction  $y = -5x - \frac{25}{4}$ .  
Représenter graphiquement cette fonction dans un système d'axes rectangulaires (unités : 2 cm sur  $Ox$ ; 1 cm sur  $Oy$ ).  
Retrouver graphiquement les résultats de la question 2.
4. On considère la fraction rationnelle

$$F(x) = \frac{A(x)}{3(4x+5)^2 - 16x^2 + 25}.$$

Pour quelles valeurs de  $x$  cette fraction est-elle définie?

Simplifier  $F(x)$  et calculer sa valeur numérique pour  $x = \sqrt{3}$ .

Rendre rationnel le dénominateur du résultat obtenu.

### GÉOMÉTRIE

On donne un cercle de centre  $O$ , de rayon  $R$ , et deux tangentes parallèles,  $x'x$  et  $y'y$ , dont les point de contact avec le cercle sont désignés respectivement par  $A$  et  $B$ .

Par un point  $C$  de la tangente  $x'x$ , tel que  $AC = \frac{R}{2}$ , on mène la deuxième tangente au cercle; soit  $M$  le point de contact.

La droite  $(CM)$  coupe  $y'y$  en  $D$ .

1. Montrer que  $AC \times BD = \frac{AB^2}{2}$ .  
En déduire les longueurs  $BD$  et  $CD$  en fonction de  $R$ .
2. Calculer en fonction de  $R$  les aires du quadrilatère  $ABDC$  et du triangle  $COD$ .
3.  $(AM)$  et  $(OC)$  se coupent en  $I$ ,  $(BM)$  et  $(OD)$  se coupent en  $J$ .  
Montrer que le segment  $[IJ]$  a pour longueur  $R$ .  
Calculer le rapport des aires des triangles  $OIJ$  et  $AMB$ , le rapport des aires des triangles  $OIJ$  et  $COD$  et l'aire du quadrilatère  $CIJD$ .