

🌀 Brevet Sud Viet-Nam juin 1967 🌀

ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

ALGÈBRE

Soit l'expression

$$A(x) = \frac{(2x-2)^2}{4} - \frac{(2x+3)^2}{2} + \frac{(2x-5)(2x+5)}{4} + \frac{7+6x}{2}.$$

1. Effectuer les calculs indiqués et réduire le polynôme obtenu.
2. Pour quelles valeurs de x a-t-on
 - a. $A(x) = 0$;
 - b. $A(x) < 0$?
3. Étudier les variations de la fonction $y = -5x - \frac{25}{4}$.
Représenter graphiquement cette fonction dans un système d'axes rectangulaires (unités : 2 cm sur Ox ; 1 cm sur Oy).
Retrouver graphiquement les résultats de la question 2.
4. On considère la fraction rationnelle

$$F(x) = \frac{A(x)}{3(4x+5)^2 - 16x^2 + 25}.$$

Pour quelles valeurs de x cette fraction est-elle définie?

Simplifier $F(x)$ et calculer sa valeur numérique pour $x = \sqrt{3}$.

Rendre rationnel le dénominateur du résultat obtenu.

GÉOMÉTRIE

On donne un cercle de centre O , de rayon R , et deux tangentes parallèles, $x'x$ et $y'y$, dont les point de contact avec le cercle sont désignés respectivement par A et B .

Par un point C de la tangente $x'x$, tel que $AC = \frac{R}{2}$, on mène la deuxième tangente au cercle; soit M le point de contact.

La droite (CM) coupe $y'y$ en D .

1. Montrer que $AC \times BD = \frac{AB^2}{2}$.
En déduire les longueurs BD et CD en fonction de R .
2. Calculer en fonction de R les aires du quadrilatère $ABDC$ et du triangle COD .
3. (AM) et (OC) se coupent en I , (BM) et (OD) se coupent en J .
Montrer que le segment $[IJ]$ a pour longueur R .
Calculer le rapport des aires des triangles OIJ et AMB , le rapport des aires des triangles OIJ et COD et l'aire du quadrilatère $CIJD$.