Brevet des collèges Sud-Cameroun juin 1973

Algèbre

1. Soit f la fonction réelle de variable réelle x définie par

$$f(x) = ax + b,$$

où a et b étant des nombres réels.

a. Montrer que si a appartient à $\mathbf{R}^*$, f est une bijection.
Quelle est alors l'application réciproque f^{-1} ?

b. Si $a = 0$, que peut-on dire de la fonction f ?

c. Déterminer a et b, sachant que

$$f(-2) = -1 \quad \text{et} \quad f(2) = 3.$$

2. Soit f la fonction réelle de variable réelle définie par

$$f : x \longmapsto f(x) = x + 1.$$

a. Résoudre dans $\mathbf{R}$ l'équation :

$$2f(x) + 3 = 0.$$

b. Déterminer l'ensemble E auquel doit appartenir c pour que les solutions de l'équation

$$f(x) = c$$

appartiennent à $\mathbb{N}$.

c. Tracer dans un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ la représentation graphique de la fonction f.

3. Soit g la fonction réelle de variable réelle définie par

$$g : x \longmapsto g(x) = 2x - 3$$

et f la fonction définie au 2.

a. Résoudre l'équation $g(x) = f(x)$.

b. Tracer la représentation de g dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ du 2. c.
Soit h la fonction réelle de variable réelle définie par

$$h : x \longmapsto h(x) = |2x - 3|.$$

c. Suivant les valeurs de x, exprimer $h(x)$ en fonction de $g(x)$.

d. Tracer la représentation de h dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

e. Résoudre l'équation $h(x) = f(x)$.

Géométrie

Dans un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on considère les points

$$\text{A}(0\,;4),\quad \text{B}(0\,;1)\quad \text{et}\quad \text{D}(2\,;0).$$

1. Déterminer les composantes de vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$, $\overrightarrow{\text{BD}}$ et $\overrightarrow{\text{DA}}$.

2. a. Soit M un point de coordonnées $\left(x\,;\,\dfrac{5}{2}\right)$.

Montrer que M est équidistant de A et de B.

b. M étant toujours un point de coordonnées $\left(x\,;\,\dfrac{5}{2}\right)$, déterminer x pour que M soit équidistant de A et de D.

3. Soit C le centre du cercle $(\mathcal{C})$ circonscrit au triangle (ABD).

Les coordonnées de C sont alors $\left(2\,;\,\dfrac{5}{2}\right)$.

a. Calculer le rayon du cercle $(\mathcal{C})$.

b. Calculer $C(\text{O})$, puissance du point O par rapport au cercle $(\mathcal{C})$.

4. a. Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{\text{CA}}$.

b. Soit N un point de coordonnées $(x\,;\,y)$ situé sur tangente en A au cercle $(\mathcal{C})$.

Montrer que x et y sont liés par la relation

$$3y - 4x = 12.$$

c. Déterminer les coordonnées du point I, intersection de l'axe $\left(\text{O}, \vec{\imath}\right)$ avec la tangente en A au cercle $(\mathcal{C})$.

d. Calculer la puissance $C(\text{I})$ de I par rapport au cercle $(\mathcal{C})$.