

œ Brevet des collèges Sud Viet-Nam juin 1973 œ

Algèbre

Soit les fonctions P et Q de \mathbf{R} dans \mathbf{R} définies par

$$\begin{aligned}P(x) &= (x-4)^2 - (x-4)(3x-5) + (8-2x)(x+1) \text{ et} \\Q(x) &= x^2 - 8x + 16.\end{aligned}$$

1. Factoriser $P(x)$ et $Q(x)$.
2. Soit F la fonction rationnelle définie par

$$F(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}.$$

Quel est l'ensemble de définition, \mathcal{D} , de la fonction F ?

Simplifier $F(x)$.

3. Soit $F'(x)$ l'expression simplifiée de $F(x)$.
 - a. Calculer $F'(1 + \sqrt{2})$. (On donnera le résultat sous forme d'un quotient de deux réels, avec « dénominateur rationnel ».)
 - b. Résoudre dans \mathbf{R} l'équation

$$F'(x) = 1.$$

Géométrie

1. Dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan (P) placer les points
 $A(-1; 3)$, $B(3; 2)$, $C(-3; 2)$ et $D(5; 0)$.
2. Quelles sont les composantes scalaires (ou coordonnées) des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} ?
Déterminer le nombre k tel que $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$.
Que peut-on en déduire pour les droites (AB) et (CD) ?
3. Quelles sont les coordonnées du milieu, M du bipoint (C, D) ?
Montrer que (A, B, M, C) est un parallélogramme. Quelles sont les coordonnées de son centre P ?