Brevet d'Études du Premier Cycle
Syrie (Damas) septembre 1955

ALGÈBRE

1. Démontrer l'identité
$$ab = \frac{1}{4}\left[(a+b)^2 - (a-b)^2\right].$$
2. On considère quatre nombres $r,\ t,\ u,\ v$, leur somme $2p$ et le nombre s défini par
$$2s = rv + ut. \qquad (1)$$
Montrer que
$$2s = (p-r)(p-v) + (p-t)(p-u).$$
3. On suppose que r, t, u, v vérifient en outre la relation
$$r^2 + v^2 = u^2 + t^2.$$
Montrer que
$$(p-r)(p-v) = (p-u)(p-t).$$
4. Représenter graphiquement, à l'aide de deux axes de coordonnées rectangulaires Ox et Oy, la relation $y = p - x$, où p désigne une constante.
p ayant la signification du 2., on suppose $r = v$, $u = 3$, $y = 4$.
Indiquer de façon précise la position de points $(x~;~y)$ dont les abscisses sont respectivement $r,\ t,\ u,\ v$.

GÉOMÉTRIE

Deux cercles $(\mathscr{I})$ et $(\mathscr{J})$ de même rayon a, de centres respectifs I et J, sont tangents en B.
La droite (IJ) les coupe respectivement en A et B et en B et C.
Une sécante (D) passant par A coupe $(\mathscr{I})$ en A et P et $(\mathscr{J})$ en Q et R.
Les perpendiculaires à (D) en Q et R coupent (AC) en Q$'$ et R$'$ respectivement.

1. Démontrer que J est le milieu de [Q$'$R$'$].
En déduire le lieu du milieu K de [QR] quand la sécante (APR) varie.

Dans la suite du problème la sécante (D) *est menée de façon que* PQ = QR.

2. Dans quel rapport Q$'$ divise-t-il [BJ] ?
Montrer que AP = 3QR.
3. Calculer AQ$'$ en fonction de a et donner, d'après cela, une construction géométrique de la sécante (APQ).