

∞ Brevet Téhéran juin 1957 ∞

ALGÈBRE

On donne deux axes de coordonnées $x'Ox$ et $y'Oy$.

1. Construire, en prenant 1 cm pour unité, la droite d'équation

$$y = -\frac{x}{2} + 2.$$

2. On désigne par A le point où cette droite coupe l'axe $x'x$ et par B le point où elle coupe l'axe $y'y$.
 - a. Déterminer les coordonnées du milieu M du segment [AB].
 - b. Former l'équation de la médiane (OM) du triangle OAB.
3. Former l'équation de la droite passant par le point A et parallèle à la droite (OM).
Déterminer l'ordonnée du point C où elle coupe l'axe $y'y$.
Déterminer, à 1 mm près, sur le graphique et par le calcul, la mesure du segment [CM].

GÉOMÉTRIE

Deux cercles (\mathcal{C}) et (\mathcal{C}') de centres O et O' sont tangents extérieurement en A.

On mène la tangente commune intérieure et une tangente commune extérieure (BC).

Ces deux droites se coupent en M.

1. Montrer que $MA = MB = MC$ et en déduire la nature du triangle ABC.
2. La droite (BA) coupe le cercle (\mathcal{C}') en D, et la droite (CA) coupe le cercle (\mathcal{C}) en E.
Montrer que [BE] et [CD] sont respectivement les diamètres des cercles (\mathcal{C}) et (\mathcal{C}').
Préciser la nature du quadrilatère BCDE.
3. Comparer les deux triangles BCD et BCE.
Démontrer la relation

$$BC^2 = BE \times CD.$$

Calculer l'aire du quadrilatère BCDE lorsque les rayons des cercles (\mathcal{C}) et (\mathcal{C}') sont respectivement $OA = 4,5$ cm et $O'A = 2$ cm.

Déterminer la mesure du côté [DE].