

🌀 Brevet des collèges Togo juin 1975 🌀

Algèbre

On donne les fonctions polynômes définies de \mathbf{R} dans \mathbf{R} par

$$\begin{aligned} P(x) &= 4x^2 - 8x + 4 \\ Q(x) &= x^2 - x \\ R(x) &= (2x^2 - 3x + 2)^2 - (2x^2 + 3x - 6)^2 \end{aligned}$$

1. Écrire les fonctions polynômes P , Q et R sous forme de produits de fonctions polynômes du premier degré au plus.
2. Montrer que la fonction polynôme $Q - P$ peut aussi s'écrire sous forme d'un produit de fonctions polynômes du premier degré au plus.
3. Résoudre dans \mathbf{R} les équations $P(x) = Q(x)$ et $R(x) = 0$.
4. On considère la fonction rationnelle

$$F: \begin{cases} \mathbf{R} & \rightarrow \mathbf{R} \\ x & \mapsto F(x) = \frac{R(x)}{(Q-P)(x)}. \end{cases}$$

Déterminer l'ensemble de définition \mathcal{D} de cette fonction.

Lorsque x est élément de \mathcal{D} écrire la forme simplifiée de $F(x)$.

5. Dans le plan affine rapporté à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , tracer la représentation graphique de la fonction F .

Que doit-on dire des points A et B de coordonnées respectives

$$A(1; 16) \quad \text{et} \quad B\left(\frac{4}{3}; \frac{56}{3}\right)$$

On prendra $\|\vec{i}\| = 3 \text{ cm}$ et $\|\vec{j}\| = 0,5 \text{ cm}$.

Géométrie

Soit un plan affine P muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On donne trois points A, B et C définis par leurs coordonnées dans le repère choisi :

$$A(-1; 1), \quad B(0; 3) \quad \text{et} \quad C(2; 4).$$

1. Faire une figure claire comportant les points A, B, C ainsi que tous ceux définis dans la suite du problème.
2. Déterminer les coordonnées d'un point D du plan, tel que le quadrilatère (A, B, C, D) soit un parallélogramme.
3. Calculer les normes des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} .
Que peut-on en déduire pour le parallélogramme (A, B, C, D)?
4. Montrer que les points O, C et D sont alignés.
Montrer que D est le milieu du segment [OC].