

œ Brevet Toulouse juin 1978 œ

Algèbre

On considère les applications f et g définies dans \mathbb{R} telles que

$$\begin{aligned}f(x) &= (1-3x)^2 - (1-3x)(2x-5), \\g(x) &= (x-2)^2 - (4x-3)^2.\end{aligned}$$

1. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme de produits de facteurs du premier degré.
2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation

$$5(x-1)(1-3x) = 0.$$

3. Soit h la fonction rationnelle de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par

$$h(x) = \frac{(1-3x)(6-5x)}{5(x-1)(1-3x)}.$$

- a. Déterminer son ensemble de définition.
 - b. Simplifier $h(x)$.
 - c. Calculer $h(0)$; $h\left(\frac{6}{5}\right)$.
4. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $6-5x > 0$, puis l'inéquation $5(x-1) > 0$.
En déduire le signe de $h(x)$ lorsque x appartient à l'intervalle $\left]1; \frac{6}{5}\right[$.

Géométrie

On considère un plan euclidien rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Placer les points

$$A(5; 0), \quad B(7; 6), \quad C(1; 4), \quad D(-1; -2).$$

- Démontrer que le quadruplet (A, B, C, D) est un parallélogramme dont le centre I a pour couple de coordonnées $(3; 2)$.
2. Démontrer que les vecteurs \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{DB} sont orthogonaux.
En déduire que le parallélogramme (A, B, C, D) est un losange.
 3. Calculer les coordonnées du point E tel que

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}.$$

4. Calculer les distances BI et BC .
5. Soit α l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{CBI} .
Calculer $\cos \alpha$. En donner une valeur approchée à 10^{-3} près par défaut sachant que $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$.
Déterminer la valeur de α à un degré près par défaut.