Brevet Toulouse juin 1982

Algèbre

On rappelle que pour tout réel A : $\sqrt{A^2} = |A|$.
On considère l'application f définie par

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & 3x+1-2\sqrt{(x-3)^2} \end{array}$$

1. Calculer $f(0)$, $f(3)$ et $f(-3)$.
2. Démontrer que l'on peut partager $\mathbb{R}$ en deux intervalles dans chacun desquels $f(x)$ est du type : $f(x) = ax+b$, a et b étant des réels que l'on déterminera.
3. Construire dans un repère cartésien $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ la représentation graphique de f.
4. Calculer $f\left(\sqrt{2}\right)$.

Géométrie

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

1. Placer les points A$(-3 ; -1)$ et B$(1 ; 4)$.
2. La perpendiculaire à la droite (AB) en B coupe l'axe des abscisses en C.
   a. Trouver une équation de la droite (BC).
   b. Trouver les coordonnées de C.
   On trouve C$(6 ; 0)$.
3. On considère le vecteur $\overrightarrow{\text{BD}}$ défini par

$$\overrightarrow{\text{BD}} = \overrightarrow{\text{BC}} - \overrightarrow{\text{BA}}.$$

   a. Démontrer que $\overrightarrow{\text{BD}} = \overrightarrow{\text{AC}}$.
   b. Quelle est la nature du quadrilatère (A, B, D. C) ?
4. I étant le milieu de (A, C), la parallèle à la droite (BC) passant par I coupe la droite (AB) en J.
   Démontrer que le point J appartient au cercle de diamètre AI.