∾ Brevet Toulouse juin 1983 ∾

Algèbre

Exercice 1

On considère les applications f et g, de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, telles que

$$\begin{aligned} f(x) &= 25-9x2 \\ g(x) &= (3x-5)^2-15x+25. \end{aligned}$$

1. Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.
2. **a.** Déterminer l'ensemble S des valeurs de x telles que

$$f(x)=-56.$$

   b. Déterminer l'ensemble S' des valeurs de x telles que

$$f(x)=50.$$

   c. t étant un réel, comment doit-on-choisir t pour que l'ensemble des valeurs de x vérifiant $f(x)=t$ soit distinct de l'ensemble vide ?

   d. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation $g(x)=2f(x)$.

Exercice 2

1. Résoudre, dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, le système

$$\left\{\begin{array}{rcr} -9x+3y &=& -15 \\ 2x+y &=& 10. \end{array}\right.$$

2. Le plan étant rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$, représenter graphiquement les variations des fonctions h et k, de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, telles que

$$h(x)=3x-5 \quad \text{et} \quad k(x)=-2x+10.$$

   D'après ce graphique, donner les coordonnées du point d'intersection de la droite D_1 représentant h avec la droite D_2 représentant k.
3. Pouvait-on prévoir à la question 1., la réponse de la question 2. ?

Géométrie

Dans le plan euclidien on considère un triangle équilatéral MNP et son cercle circonscrit $\mathscr{C}$ de centre O.

Soit : I le milieu de [MN],

Q le symétrique de P dans la symétrie de centre I,

R le symétrique de Q dans la symétrie de centre N.

1. **a.** Démontrer que P, O, I sont alignés.
   b. Démontrer que le quadrilatère MPNQ est un losange.
2. Démontrer que la droite (MQ) est tangente au cercle $\mathscr{C}$.
3. Démontrer que le triangle MQR est rectangle.
   Calculer d(M, R) sachant que d(MP) = a.
4. Soit S la symétrie orthogonale d'axe (PQ).
   Déterminer l'image des droites (MQ) et (MO) dan cette symétrie.
   Déduire de ce qui précède que la droite (QR) est tangente à $\mathscr{C}$.
5. Démontrer que les quatre points M, O, N, Q sont sur un cercle dont on précisera le centre.