

œ Brevet Toulouse juin 1957 œ

ALGÈBRE

On donne un carré ABCD de 2 cm de côté.

Par un point M variable de la diagonale [AC], pris entre A et C, on mène les parallèles aux côtés du carré.

Elles coupent en I le côté [AB], en J le côté [BC], en K le côté [CD], en L le côté [DA].

On pose $AI = x$.

1. Exprimer en fonction de x les aires des quadrilatères MIAL, MJBI, MKJC, MLDK.
2. Calculer le rapport h de l'aire du carré MIAL à celle de l'hexagone MJBADK, ainsi que le rapport k de l'aire du carré MKJC à l'aire de l'hexagone MLDCBI.
3. Pour quelle valeur de x les rapports h et k sont-ils égaux?
4. Calculer la différence y des aires des carrés MIAL et MKJC.

Représenter graphiquement la variation de y en fonction de x quand M se déplace de A à C.

(Pour le graphique l'usage du papier millimétré est autorisé.)

GÉOMÉTRIE

On donne dans un plan trois points en ligne droite, A, I, B, placés dans cet ordre.

IA mesure 4 cm ; IB, 5 cm.

On désigne par M un point quelconque du plan.

On trace [MA], [MI], [MB].

1. Montrer que, si les deux triangles AMI et ABM sont semblables, le point M est sur un cercle fixe \mathcal{C} , dont on déterminera le centre et dont on calculera le rayon.
2. Inversement, lorsque le point M est sur le cercle \mathcal{C} , les triangles AMI et ABM sont-ils semblables?
3. Que vaut le rapport $\frac{MB}{MI}$ lorsque M décrit le cercle \mathcal{C} ?
4. Construire les points P et Q du cercle \mathcal{C} d'où l'on voit le segment [AB] sous un angle droit.

À quelle distance ces points sont-ils de I?