Brevet des collèges Toulouse juin 1965

ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

A. P. M. E. P.

ALGÈBRE

On pose

$$A(x) = \left(\frac{1}{2}x^2+1\right) - \frac{1}{4}\left(x^2+2x+2\right)\left(x^2-2x+2\right).$$

1. Simplifier le deuxième membre de cette égalité et montrer que $A(x) = x^2$ (reproduire les calculs qui justifient ce résultat).

   Déterminer, d'abord, les valeurs de x pour lesquelles $A(x) = 7\,396$, puis les valeurs de x pour lesquelles $A(x) = 4x$.
2. On pose $y_1 = -\dfrac{2A(x)}{3x}$.

   Calculer y_1 en fonction de x et simplifier le résultat obtenu.

   Tracer le graphique (D_1) de la fonction y_1 par rapport à deux axes de coordonnées rectangulaires $x'\mathrm{O}x$ et $y'\mathrm{O}y$.
3. Par rapport aux mêmes axes, tracer le graphique (D_2) de la fonction $y_2 = \dfrac{x}{2}+3$.

   (D_2) coupe $x'x$ en A et $y'y$ en B.

   Quelles sont les coordonnées du milieu, I, de [AB] ?

   (D_2) coupe (D_1) en C.

   Quelles sont les coordonnées du point C ?

GÉOMÉTRIE

Sur une droite $x'x$ on donne un segment [AC], de longueur a.

1. Construire le point B, placé entre A et C, tel que $\dfrac{\text{BA}}{\text{BC}} = \dfrac{7}{2}$ (justifier la construction).

   Calculer BA et BC en fonction de a.
2. Sur la perpendiculaire $y'y$ en C à $x'x$, on choisit arbitrairement un point M et l'on construit le point N de $y'y$ de telle sorte que (BN) soit perpendiculaire à (AM) (on admettra que M et N sont situés de part et d'autre du point C).

   Démontrer que les triangles CAM et CBN sont semblables et que le produit CM · CN reste constant quand M et N varient sur $y'y$.

   Quelle est la position de B dans le triangle AMN ?
3. Soit I et J les points d'intersection de $x'x$ avec le cercle de diamètre [MN].

   Comparer les produits CM · CN et CI · CJ.

   Calculer les longueurs CI et CJ en fonction de a.

   Que peut-on dire des points I et J, quand M et T varient ?

4. Pour une position du point M telle que $\text{CM} = \dfrac{4a}{3}$, calculer AM et les rapports trigonométriques de l'angle $\widehat{\text{CAM}}$.

N. B. - La question 4. est indépendante des résultats précédents.