

œ Brevet des collèges Toulouse juin 1966 œ
ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

ALGÈBRE

On donne les expressions algébriques suivantes :

$$\begin{aligned} A(x) &= (2x+5)^2 + 4(2x+5) + (4x^2 - 25), \\ B(x) &= (3x+4)^2 - (x-1)^2. \end{aligned}$$

1. Écrire $A(x)$ sous forme d'un polynôme réduit et ordonné par rapport aux puissances décroissantes de x .
2. Écrire $A(x)$, puis $B(x)$, sous forme de produits de facteurs (pour cette transformation, on utilisera l'expression de $A(x)$ donnée dans l'énoncé et non le polynôme obtenu dans la question 1).
3. Simplifier la fraction

$$F(x) = \frac{A(x)}{B(x)};$$

soit $F'(x)$ la fraction simplifiée obtenue; montrer que

$$F'(x) = 4 \frac{x+1}{4x+3}.$$

Quelles sont les valeurs numériques de la fraction $F'(x)$ pour

$$x = -1, \quad x = \frac{3}{4}, \quad x = -\frac{3}{4}.$$

GÉOMÉTRIE

On considère un cercle de centre O et de rayon R , deux diamètres perpendiculaires, $[AB]$ et $[CD]$, de ce cercle et le point E du rayon $[OA]$ tel que $OE = \frac{R}{2}$.
 La droite (CE) recoupe le cercle en M .

1. Calculer la longueur du segment $[CE]$ en fonction de R .
2. Démontrer que les triangles CDM et CEO sont semblables.
3. Calculer, en fonction de R , les longueurs des côtés et de la hauteur $[MH]$ du triangle CDM .
4. Quelles sont les valeurs exactes du sinus, du cosinus et de la tangente de l'angle \widehat{DCM} ?
5. Calculer, en fonction de R , le rayon du cercle circonscrit au triangle OMD .