

## ~ Brevet des collèges Toulouse juin 1970 ~

### ALGÈBRE

On donne l'expression algébrique

$$E(x) = 2(x-3)(9x^2-1) - (3x+1)(4x-12).$$

1. Écrire  $E(x)$  sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.
2. Pour quelles valeurs de la variable cette expression est-elle nulle?
3. Calculer  $E(x)$  pour  $x = +2$  et  $x = \sqrt{2}$ .
4. Simplifier l'expression

$$F(x) = \frac{E(x)}{(x-1)\left(2-\frac{x}{3}\right)(x-3)}.$$

Soit  $F'(x)$  la fraction obtenue.

5. Pour quelles valeurs de  $x$  les deux termes de fraction  $F'(x)$  sont-ils tous deux positifs?

### GÉOMÉTRIE

Soit un demi-cercle de diamètre  $[AB]$  tel que  $AB = 8$  cm et de centre  $O$ .

On trace la corde  $[BC]$  telle que  $BC = 4$  cm.

On trace la droite  $(AC)$  qui coupe en  $P$  la tangente en  $B$  au demi-cercle.

1. Quelle est la nature des triangles  $COB$ ,  $ABC$  et  $PCB$ ?
2. Calculer  $AC$ ,  $AP$ ,  $BP$  et  $CP$ .
3. On trace en  $O$  la perpendiculaire à  $(AB)$ , qui coupe  $(AC)$  en  $M$ .  
Comparer les triangles  $AOM$  et  $ABC$ .  
Quelles relations entre les côtés de ces deux triangles peut-on en déduire?
4. Démontrer que le quadrilatère  $OMCB$  est inscrit dans un cercle, dont on précisera le centre.  
En déduire que l'on a

$$\overline{AM} \times \overline{AC} = \overline{AO} \times \overline{AB}.$$

Pouvait-on, dans une question précédente, trouver ce résultat? Comment?

5. Calculer le rayon du cercle circonscrit au quadrilatère  $OMCB$ .