∽ Brevet des collèges Toulouse juin 1974 ∾

ALGÈBRE

1. Soit f l'application de **R** dans **R** définie par
$$f(x) = 2x^2 - 3x - 5.$$
Calculer $f(0)$, $f(-2)$, $f\left(\dfrac{7}{2}\right)$ et $f\left(2-\sqrt{5}\right)$.
L'application f est-elle bijective ?
2. Montrer que pour tout réel x on a
$$f(x) = (2x-5)(x+1).$$
3. Soit g, h et k les applications de **R** dans **R** définies par :
$g(x) = 4x^2 - 25,$
$h(x) = 5 - 2x,$
$k(x) = f(x) + g(x) - 2h(x).$
Factoriser $g(x)$, puis $k(x)$.
4. Résoudre dans **R** l'équation $f(x) = 0$.
Résoudre dans **R** l'équation $f(x) = g(x)$.
5. **a.** Déterminer l'ensemble, S, des entiers relatifs x tels que
$$-1 \leqslant h(x) < 9.$$
On écrira tous les éléments de l'ensemble S.
b. Représenter graphiquement la fonction h dans un plan muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
Vérifier graphiquement les résultats obtenus à la question précédente.

GÉOMÉTRIE

Dans un plan euclidien muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on considère les points
$$\text{A}(-2\,;\,5), \qquad \text{B}(-1\,;\,-2) \qquad \text{et} \qquad \text{C}(3\,;\,0).$$

1. Calculer les distances AB, AC et BC.
Que peut-on en conclure pour le triangle (A, B, C) ?
2. Trouver une équation de la médiatrice de [BC].
3. Calculer les coordonnées du milieu M de (A, B) et du milieu N de (A, C).
Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{\text{MN}}$ et $\overrightarrow{\text{OC}}$?
4. On donne $\overrightarrow{\text{OD}} = x\vec{\imath} + 6\vec{\jmath}$.
Déterminer le réel x de sorte que les vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$ et $\overrightarrow{\text{AD}}$ soient orthogonaux.
Démontrer que D appartient au cercle de centre A et de rayon AB, lorsque x a la valeur ainsi trouvée.
5. Soit E l'image de A dans la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{OC}}$.
Calculer les coordonnées de E.
Calculer les coordonnées du point d'intersection des droites (AC) et (BE).