

∞ Brevet des collèges Toulouse septembre 1951 ∞

ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

A. P. M. E. P.

ALGÈBRE

Soit l'équation

$$(m - 3)x - 2y + (m + 5) = 0,$$

où m est un nombre algébrique donné.

Cette équation définit une fonction y de x .

1. Montrer que la courbe représentative des variations de cette fonction est une droite D .

Construire D dans les cas particuliers suivants :

$$m = 2 \quad ; \quad m = 7.$$

Soient D_1 et D_2 les droites ainsi obtenues (on prendra la même unité sur les deux axes de coordonnées).

2. Calculer les coordonnées du point d'intersection I des droites D_1 et D_2 .
Si A et B sont les intersections de D_1 et D_2 avec l'axe des abscisses, calculer \overline{IA}^2 , \overline{IB}^2 , \overline{AB}^2 .
En déduire la nature du triangle IAB.
3. Déterminer m pour que D passe par l'origine; pour que D détermine avec les axes de coordonnées un triangle rectangle isocèle.
Montrer que toutes les droites D passent par I.

GÉOMÉTRIE

On considère un segment $[AB]$ de longueur 4 cm et l'on mène par A et B deux demi-droites Ax et By de même sens, perpendiculaires à (AB) .

On marque sur Ax le point O tel que $AO = 1$ cm et sur By le point O' , tel que $BO' = 1$ cm.

1. Soient \mathcal{C} et \mathcal{C}' les cercles ayant respectivement pour centres O et O' et pour rayons OA et $O'B$.
Que représente la droite (AB) pour ces cercles?
Que peut-on dire des cercles \mathcal{C} et \mathcal{C}' ?
Justifier vos réponses.
2. Soit C le point où le cercle \mathcal{C} coupe (OO') .
La perpendiculaire à (OO') en C coupe (AB) en D .
Montrer que D est le milieu de $[AB]$ et que l'angle $\widehat{ODO'}$ est droit.

3. On suppose maintenant que \mathcal{C} et \mathcal{C}' varient respectivement sur Ax et By de manière que le produit des nombres mesurant en centimètres les segments [AO] et [BO'] soit égal à 4.

Montrer que, dans ces conditions,

$$\overline{OO'}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{O'B}^2 + 8$$

puis que $OO' = OA + O'B$.

Qu'en résulte-t-il pour les cercles \mathcal{C} et \mathcal{C}' de centres O et O' passant respectivement par A et B?

Montrer que le point C où le cercle de centre O coupe (OO') varie sur un cercle que l'on déterminera.