

∞ Brevet des collèges Toulouse septembre 1952 ∞

ALGÈBRE

1. Simplifier la fraction $\frac{2x^2 - 6x}{4x^2 - 2x}$.

Soit y la fraction simplifiée obtenue; quelle est la valeur de y pour $x = 3$? Pour $x = \frac{1}{2}$?

Pour quelle valeur de x a-t-on $y = -1$.

2. Transformer l'expression

$$(3x - 1)^2 - (x - 2)^2$$

en un produit de deux facteurs du premier degré.

Simplifier la fraction $\frac{(3x - 1)^2 - (x - 2)^2}{4x^2 - 1}$.

Soit y' la fraction obtenue.

Pour quelle valeur de x a-t-on $y' = 0$?

3. Déterminer x pour que l'on ait $y' = 4y$.

GÉOMÉTRIE

Soit un triangle ABC tel que $BC = a$ et dont les angles B et C vérifient la relation

$$\widehat{B} = \widehat{C} + 90^\circ.$$

1. On suppose, dans cette première question seulement que $\widehat{A} = 30^\circ$.
Calculer dans ce cas particulier les angles du triangle ABC; calculer aussi en fonction de a la longueur des côtés [AB] et [AC].
2. On trace le cercle circonscrit (\mathcal{C}) au triangle ABC et l'on désigne par D l'intersection avec ce cercle de la perpendiculaire menée à la droite (BC) au point B.
 - a. Quelle est la position particulière du point A sur l'arc \widehat{BD} ?
 - b. Montrer que la tangente en A au cercle (\mathcal{C}) est perpendiculaire à la droite (BC).
3. H désignant le pied de la hauteur [AH] et R la mesure du rayon du cercle (\mathcal{C}), démontrer les relations

$$\overline{AH}^2 = HB \cdot HC, \quad \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 4R^2.$$