

œ Brevet des collèges Toulouse septembre 1972 œ

ALGÈBRE

Soit les expressions

$$\begin{aligned} A &= \left[\frac{x-1}{x+2} - \frac{x-3}{x+2} + 3 \right] (x^2 - 4), \text{ et} \\ B &= (x^2 - 2x + 1) + (x-1)(2x+9). \end{aligned}$$

1. Donner le domaine de définition de l'expression A , puis simplifier l'expression sur ce domaine.
2. Mettre B sous forme d'un produit de deux facteurs du premier degré.
3. Soit la fraction rationnelle $\frac{A}{B}$.
Donner son domaine de définition.
Simplifier cette fraction sur ce domaine.
Existe-t-il des valeurs de x telles que l'on ait

$$\frac{A}{B} = 1, \quad \frac{A}{B} = 2 \quad \text{et} \quad \frac{A}{B} = \sqrt{2}.$$

4. Tracer dans un repère orthonormé les droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives

$$y = x - 2 \quad \text{et} \quad y = 3x + 8.$$

Déterminer graphiquement les coordonnées de leur point d'intersection, K .
Vérifier ces résultats par le calcul.

GÉOMÉTRIE

On donne un demi-cercle de centre O et de diamètre $[AB]$ tel que $AB = 2R$ et le point C du segment $[AB]$ tel que $AC = \frac{4R}{3}$.

La perpendiculaire en C à (AB) coupe le demi-cercle en D .

La perpendiculaire à (AD) passant par O coupe (CD) en E et (AD) en H .

1. Quelle est la nature du triangle (ADB) ?
Calculer la longueur de $[CD]$, $[AD]$, $[BD]$ et $[OH]$ en fonction de R .
2. Démontrer que (AE) est perpendiculaire à (OD) .
Démontrer que le quadrilatère $(ACEH)$ est inscriptible.
3. Démontrer que le quadrilatère $(OCDH)$ est inscriptible dans un cercle, de centre I , dont on calculera le rayon.
Démontrer que (IH) est parallèle à (BC) .
4. Comparer les triangles (OCE) et (OHA) .
En déduire les longueurs de $[OE]$ et $[CE]$, en fonction de R .