

œ Brevet des collèges Toulouse septembre 1973 œ

ALGÈBRE

On considère les fonctions polynômes A et B (de \mathbf{R} dans \mathbf{R}) définies par

$$\begin{aligned}x \longmapsto A(x) &= (x-5)(3x-8) + (x-5)^2 + 2x^2 - 50 \text{ et} \\x \longmapsto B(x) &= 4x - 20 + x(5-x)\end{aligned}$$

1. Factoriser $A(x)$ et $B(x)$.
2. On considère la fonction rationnelle F (de \mathbf{R} dans \mathbf{R}) définie par

$$F(x) = \frac{A(x)}{B(x)}.$$

- a. Déterminer l'ensemble de définition de cette fonction.
- b. Simplifier $F(x)$.
- c. Résoudre les équations

$$F(x) = 0 \quad \text{et} \quad F(x) = 1.$$

3. Dans un plan muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , construire les représentations graphiques des applications f et g de \mathbf{R} dans \mathbf{R} définies par

$$\begin{aligned}f: x &\longmapsto f(x) = 6x - 3 \\g: x &\longmapsto g(x) = -x + 4.\end{aligned}$$

4. Comment peut-on retrouver graphiquement les solutions de la question 2. c. ?

GÉOMÉTRIE

(La notation $d(A, B)$ désigne la distance des point A et B dans le plan euclidien contenant les points A, B et C.)

Dans un triangle (A, B, C) rectangle en A, on donne

$$d(B, C) = 5 \quad \text{et} \quad d(A, B) = \sqrt{5}.$$

1. Calculer $d(A, C)$.
2. On projette orthogonalement le point A sur la droite (BC).
Soit H cette projection. Calculer

$$d(B, H), \quad d(C, H) \quad \text{et} \quad d(A, H).$$

3. Soit α l'écart angulaire en degrés de l'angle géométrique \widehat{AHC} .
Donner la valeur exacte du cosinus, du sinus et de la tangente de l'écart angulaire α .
En déduire, en utilisant la table trigonométrique, une valeur approchée de α à 1 degré près par défaut.
Trouver enfin une valeur approchée à 1 degré près de l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{ACB} .