

## œ Brevet des collèges Toulouse septembre 1974 œ

### Algèbre

Soit  $f$  et  $g$  les fonctions polynômes de  $\mathbf{R}$  vers  $\mathbf{R}$  définies par

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-4)(2x+1) + (x^2 - 8x + 16) \text{ et} \\ g(x) &= (2x+3)^2 - (x+4)^2. \end{aligned}$$

1. Mettre  $f(x)$  et  $g(x)$  sous forme de produits de facteurs du premier degré.
2. Soit  $F$  la fonction rationnelle de  $\mathbf{R}$  vers  $\mathbf{R}$  définie par

$$F(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

Déterminer le domaine de définition de la fonction  $F$ , puis simplifier  $F(x)$  sur ce domaine.

3. Construire dans un plan rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  les représentations graphiques  $(D)$  et  $(D')$  des fonctions affines  $h$  et  $h'$  définies par

$$h(x) = x - 4 \quad \text{et} \quad h'(x) = 3x + 7.$$

4. Calculer les coordonnées du point d'intersection,  $I$ , de  $(D)$  avec  $(D')$ .  
Montrer que l'on peut en déduire le réel  $x$ , tel que  $F(x) = 3$ .

### Géométrie

Dans un plan euclidien muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  on donne quatre points  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  dont les coordonnées dans ce repère sont

$$A(-1; 1), \quad B(3; 3), \quad C(1; -3) \quad \text{et} \quad D\left(\frac{1}{2}; 3\right).$$

1. Montrer que le triangle  $ABC$  est un triangle rectangle isocèle.
2. Soit  $I$  le milieu de  $[BC]$ .
  - a. Déterminer les coordonnées du point  $I$ .
  - b. Montrer que les vecteurs  $\vec{DI}$  et  $\vec{AB}$  sont orthogonaux.
  - c. Montrer que la droite  $(DI)$  est la médiatrice de  $[AB]$
3. Soit  $K$  le point d'intersection des droites  $(DI)$  et  $(AB)$  et soit  $J$  le milieu de  $[AC]$ .
  - a. Montrer que  $(A, K, I, J)$  est un carré.
  - b. Montrer que les points  $A, K, I$  et  $J$  sont sur un même cercle, dont on précisera le centre et le rayon.