Brevet des collèges Toulouse septembre 1975

Algèbre

Partie A

On considère les applications f et g de **R** dans **R** définies par

$$f(x) = 3x - \frac{3}{2}, \qquad g(x) = \frac{5}{2} - x.$$

1. Calculer $f\left(-\frac{1}{2}\right)$, $\quad g\left(-\frac{1}{2}\right)$.
2. Résoudre dans **R** l'équation $f(x) = g(x)$.
3. Soit un plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$.
   Dans ce repère, F et G sont les représentations graphiques respectives de f et g.
   Déterminer les coordonnées du point M tel que $F \cap G = \{M\}$.
   Construire F et G.

Partie B

Soit a et b les fonctions polynômes de **R** dans **R** définies par

$$\begin{array}{rcl} a(x) & = & (3x-2)^2 - (x+3)^2 \\ b(x) & = & 3(8x+2)(x-1) - 4x - 1 + 2x(4x+1) \end{array}$$

1. Mettre $a(x)$ et $b(x)$ sous forme de produits de facteurs du premier degré.
2. Soit h la fonction rationnelle de **R** vers **R** définie par

$$h(x) = \frac{a(x)}{b(x)}.$$

   a. Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}$ de h.
   b. Démontrer que pour tout x élément de $\mathcal{D}$

$$h(x) = \frac{2x-5}{8x-7}.$$

   c. Calculer $h\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.
   Donner le résultat sous forme d'un quotient ayant un dénominateur entier.

Remarque : les parties A et B sont indépendantes.

Géométrie

Soit un plan P muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
Placer les points

$$\text{A}(-3\,;\,-1), \qquad \text{B}(1\,;\,4).$$

1. Calculer les coordonnées de C défini par

$$\overrightarrow{\text{BC}} = 5\vec{\imath} - 4\vec{\jmath}.$$

[On trouve C(6; 0). Placer C.

2. Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{\text{AC}}$.

3. On considère le vecteur $\overrightarrow{\text{BM}}$ défini par

$$\overrightarrow{\text{BM}} = \overrightarrow{\text{BC}} - \overrightarrow{\text{BA}}.$$

   a. Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{\text{BM}}$.

   b. Calculer les coordonnées du point M.
   (On trouve (10; 5). Placer M.

   c. Quelle est la nature du quadruplet (A, B, M, C) ?

4. Soit I le milieu de (A,C).
Calculer les coordonnées de I . Placer I.

5. Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$ et $\overrightarrow{\text{BC}}$ sont orthogonaux.

6. Soit H la projection orthogonale de I sur la droite (AB).
Démontrer que H est est milieu de [AB].