

∞ Brevet des collèges Toulouse septembre 1976 ∞

ALGÈBRE

Partie A

Soit les applications f et g de \mathbf{R} vers \mathbf{R} définies par

$$f(x) = 3x + 2, \quad g(x) = -4x + \frac{1}{3}.$$

1. Déterminer les applications

$$h = f \circ g \quad \text{et} \quad k = g \circ f.$$

$$\left(\text{On trouve } h(x) = -12x + 3 \quad \text{et} \quad k(x) = -12x - \frac{23}{3} \right)$$

2. Résoudre dans \mathbf{R} l'équation $h(x) = k(x)$.
3. Soit L la fonction rationnelle de \mathbf{R} vers \mathbf{R} définie par

$$L(x) = -\frac{3f(x)g(x)}{144x^2 - 1}.$$

- a. Déterminer son ensemble de définition D .
b. Montrer que, pour tout x de D ,

$$L(x) = \frac{3x + 2}{12x + 1}.$$

- c. Calculer $L\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$.

On exprimera le résultat sous la forme d'un quotient à dénominateur rationnel.

Partie B

1. Résoudre dans $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} -6x + 2y - 22 = 0, \\ x + y - 3 = 0. \end{cases}$$

2. Le plan étant muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , construire les droites (D) et (M) ayant respectivement pour équation

$$-6x + 2y - 22 = 0 \quad \text{et} \quad x + y - 3 = 0.$$

GÉOMÉTRIE

Un plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. On considère la droite (D) d'équation

$$3x - y + 2 = 0.$$

- a.** Montrer que les points $A(1; 5)$ et $B(-2; -4)$ appartiennent à (D) .
- b.** Tracer la droite (D) .
2. Déterminer une équation de la droite (E) médiatrice de $[AB]$.
Tracer la droite (E) .
[On désignera par H son point d'intersection avec (D) .]
3. Montrer que le point $M(-5; 2)$ appartient à (E) .
4. **a.** Calculer les distances de A à B , de M à A , de M à B , notées respectivement AB , MA et MB .
- b.** Montrer que le triangle (A, M, B) est isocèle et rectangle en M .
5. Calculer la distance du point M à la droite (AB) .
6. Construire le point P de la droite (E) , distinct de M , tel que $AP = AM$.
Expliquer la construction.
Montrer que les distances BP et BM sont égales.